13

EXERCICIOS LITERARIOS

DE LOS CABALLEROS PORCIONISTAS

DEL REAL COLEGIO DE S. TELMO DE MALAGA,

QUE SE PRACTICARAN EN LOS DIAS

13 y 14.

DEL MES DE MARZO DE ESTE AÑO DE 1799,

CON ASISTENCIA DE SUS RESPECTIVOS CATEDRATICOS Y MAESTROS.

SIENDO DIRECTOR

D. JOSEPH ORTEGA Y MONROY,

CABALLERO DE LA DISTINGUIDA ORDEN DE CARLOS TERCERO, Y CANONIGO DE ESTA SANTA IGLESIA.

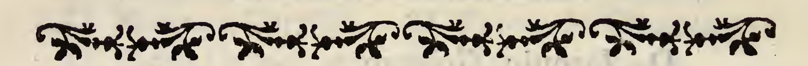


EN MALAGA:

Por D. Luis de Carreras, Impresor de esta M. I. Ciudad, de la Dignidad Episcopal, de la Sta. Iglesia Catedral, y de dicho Real Seminario, en la Plaza.



EXERCICIOS
LITERARIOS
DE LOS CABALLEROS PORCIONISTAS
EN EL REAL COLEGIO DE S. TELMO
DE MALAGA.



CLASE DE PRIMERAS LETRAS
A CARGO DE SUS MAESTROS
LOS PP.
BASILIO DE LA VISITACION
Y
ANDRES DE SAN BUENAVENTURA,
SACERDOTES DE LAS ESCUELAS PIAS
DE CASTILLA.

Segun lo previene la Ordenanza, todos los Caballeros Porcionistas son Individuos de esta Clase, porque à ella asisten, ò ya para recibir desde el principio sus elementos respectivos, ò ya para soltarse en el manejo de

la pluma, ò para no olvidar en fin lo que ya saben.

En virtud de lo qual manifestarán la instruccion que han adquirido en los quatro meses últimos del año, que han estado baxo enseñanza y direccion de dichos Padres por lo siguiente.

1.° Responderán à las preguntas del Catecismo del Colegio, no menos à la letra, que al sentido: y algunos al del Abad Fleuri.

2.° Leerán sin los vicios propios de la edad.

3.° Presentarán planos y planas con caracteres del dia.

Se abrirá el Acto con una breve disertacion sobre los provechos de la buena educacion.

Actuarán los Caballeros.

D. Joaquin Grivegnée.
D. Joseph Escalera.
D. Juan de Mata Córdova.
D. Mauricio Chompré.
D. Manuel Maroto.
D. Enrique Meyer.
D. Antonio Carrasco.
D. Nicolás Ordoñez.
D. Nicolás Koops.

Los demas que estudian la lengua latina, repartirán exemplares de sus letras, como ya se ha insinuado de los otros.

CLASE DE LATINIDAD

A CARGO DE

D. CHRISTOBAL DE ZAFRA,

PRESBITERO,

CAPELLAN DE LOS SEÑORES PORCIONISTAS.

Actuarán.

D. Joseph Montaldo.
D. Mariano Carrillo.
D. Pedro Osorio.
D. Manuel dc Ortega.
D. Pedro Carrillo.
D. Francisco Chacon.
D. Fernando Chacon.
D. Mariano Rapela.
D. Pedro Rosales.
D. Pedro Chacon.

I.

El primero construirá las oraciones de Ciceron, y en Ovidio: dirá y explicará las reglas de la quantidad de los nombres y verbos tanto simples como compuestos, y explicará las reglas de las silabas finales. Dirá la Disertacion.

II.

Este con los quatro siguientes dirá las reglas de los verbos por la sintaxîs con la significacion de cada verbo y casos que rigen para la mejor inteligencia de los Autores latinos: y los quatro construirán en los Autores Fedro y Cornelio Nepote.

III.

Los tres siguientes harán todo género de oraciones: dirán géneros y pretéritos, nombres y verbos: las rai-

raices y modo de formar los verbos y la explicacion de las ocho partes de la oracion.

IV.

Los dos últimos dirán oraciones llanas ; de *que* y *de* , de estando y habiendo llanas , y con *de* , y dirán las partes de la oracion.

CLASE DE FRANCES

A CARGO DE SU MAESTRO

D. SANTIAGO LOUBEAU.

Actuarán los Caballeros Porcionistas siguientes.

D. Mauricio Chompré.
D. Enrique Meyer.
D. Guillermo Aubarede.
D. Joseph Escalera.

Declinarán nombres, conjugarán verbos, leerán y traducirán; no permitiéndoles mas dilatados exercicios los pocos dias que han estudiado en esta Clase.

Dirán una disertacion en francés.

CLASE DE MATEMATICAS

A CARGO

DE SU CATEDRATICO

D. GERONIMO MAS.

Introduccion.

El objeto principal de una enseñanza establecida para la utilidad pública es infundir en los jóvenes el buen gusto de la ciencias que en ella se enseñan, y proporcionarles los medios mas conducentes, y seguros para que logren el fruto que promete su estudio; consistiendo todo el que se debe esperar de las Matemáticas, como sábiamente solía decir en sus conversaciones familiares el Excmo. Sr. D. Jorge Juan, en el Cálculo, y la Mecánica, se echa de ver, que los principios que se deben dar para su logro, han de ser de tal calidad, que no solo faciliten la inteligencia de los Autores modernos de mayor crédito, sino que con su auxîlio se pueda promover tambien la investigacion de la verdad hasta donde permite la debilidad del espíritu humano. Los elementos que se hallan en la mayor parte de las obras que lisongean nuestro amor propio, no son suficientes para conseguir tan deseado fin. Lejos de conducir á él, imposibilitan á los jóvenes incautos que los estudian para el aumento de sus conocimientos, y les privan de innumerables bienes, que son el fruto del tiempo, y de los grandes esfuerzos de los Geómetras de nuestros dias, y solo se hacen accesibles á los que poseen la Geometría Sublime, y cálculos superiores. Constituidos en la obligacion de enseñar estas ciencias á los Caballeros Porcionistas de este Real Colegio, que emprenden

los

los estudios mayores, no hemos tenido por decoroso escasearles con mutilaciones ridículas la preciosa doctrina que contienen las obras de Navegacion, y Cosmografia, que han escrito el Excmo. Sr. D. Joseph Domingo Mazarredo, D. Gabriel Ciscar, y D. Joseph Mendoza y Rios; y nuestro amor á la Marina tampoco nos ha permitido dexarles ocultos los inmensos tesoros que se hallan en el profundo Exâmen Marítimo del Excmo. Sr. D. Jorge Juan. Con el ánimo pues de que se aprovechasen de estas excelentes obras, que con sumo gusto vemos adoptadas en nuestra Clase, y para que en nada tuviesen que tropezar, procuramos en los seis meses que duró el Curso pasado, prepararles con los conocimientos de Cálculo que se vieron en los impresos, y en este les hemos explicado la Geometría Elementar, Trigonometría Plana y Esferica, Cosmografia, Analogías Diferenciales, Secciones Cónicas, Cálculo Integral, y sus aplicaciones á la Navegacion, y Geometría Sublime. Los Porcionistas que siguen los estudios menores han estudiado en el mismo tiempo la Aritmética de D. Gabriel Ciscar, y la Geometría de D. Vicente Tofiño, en los términos que declararemos en su lugar. Unos y otros ofrecen hoy sus Tratados á exâmen público; y deseosos de acreditar en él la instruccion que han adquirido, esperan que, atendida su dificultad, y la multitud de proposiciones que abraza, se les dismularán algunos defectos, que son inevitables en semejantes exercicios.

CLASE

DE ESTUDIOS MENORES.

Asisten los Señores

D. Mariano Sesma.
D. Joseph Dalp.
D. Miguel Plowes.
D. Francisco Vazquez.
D. Antonio Carrillo.

Y ofrecen la Aritmética, y Geometría de los citados Autores; mas, como las circunstancias que influyen principalmente en el aprovechamiento, no han sido unas mismas en todos, los dos primeros satisfarán à quantas proposiciones contiene la Geometría, el tercero hasta la proporcionalidad de las lineas, y los demas hasta los triángulos exclusivè.

CLASE

DE ESTUDIOS MAYORES:

Asisten los Señores

D. Augusto Lacosse,
y
D. Federico Lacosse.

GEOMETRIA ELEMENTAR.

De las Lineas.

I.

PAra determinar la posicion de una línea recta, basta conocer dos de sus puntos; de suerte que si se conoce la posicion de dos puntos, se conoce tambien la de toda la línea.

II.

Dos lineas rectas no se pueden cortar sino en un solo punto.

III.

Explicar qué es circunferencia del círculo, y deducir 1.° que todos los radios de un mismo círculo son iguales entre sí: 2.° el método de trazarla: 3.° que las circunferencias, cuyo centro está en un mismo punto, no pueden encontrarse sin confundirse en una sola circunferencia: 4.° que no tienen un mismo centro las circunferencias que se encuentran: 5.° que todos los diámetros de un círculo son iguales entre sí.

IV.

Cuerdas iguales de un mismo círculo, ó de círculos iguales subtenden arcos iguales; y reciprocamente, arcos

iguales de un mismo círculo, ò de círculos iguales tienen cuerdas iguales.

V.

Si en un mismo círculo, ò en círculos iguales un arco fuere mayor que otro, la cuerda del primero será tambien mayor que la cuerda del segundo.

VI.

El diámetro es la mas larga de todas las cuerdas.

VII.

Explicar qué es ángulo, y sus especies relativamente à los lados; deduciendo 1.° que la cantidad de un ángulo no pende de la longitud de sus lados, sí solo de la abertura, inclinacion, ò distancia que hay entre dichos lados: 2.° que si dos ángulos son iguales, y se pone el vértice del uno encima del vértice del otro, de modo que un lado del uno caiga encima del lado del otro, el segundo lado del primero caerá por precision encima del otro lado del segundo: 3.° que la medida de un ángulo, cuyo vértice está en el centro del círculo, es el arco que abrazan sus lados.

VIII.

Formar un ángulo igual à otro ángulo.

IX.

Explicar las especies que hay de ángulos con relacion al número de grados que puede coger un ángulo; qué es complemento, y suplemento de un ángulo, y deducir que los ángulos y arcos iguales tienen complementos, y suplementos iguales: y reciprocamente, que son iguales los ángulos, ò arcos, quando tienen complementos, ò suplementos iguales.

X.

Si una recta cae sobre otra, forma con esta dos ángulos que juntos valen 180°.

XI.

Si desde un mismo punto se tiran quantas rectas se quisieren, todos los ángulos juntos que comprehenden, valen 360°.

XII.

Todo diámetro divide la circunferencia en dos partes iguales.

XIII.

Si dos líneas rectas tiradas desde el extremo de otra línea forman con esta dos ángulos, cuya suma valga dos ángulos rectos; dichas dos líneas serán una sola y misma línea.

XIV.

Los ángulos opuestos al vértice, y formados por dos líneas que se cruzan son iguales.

XV.

Explicar qué es línea perpendicular, y deducir 1.° que si una línea es perpendicular à otra, forma con ella dos ángulos iguales, y rectos: 2.° que si una línea que encuentra á otra forma con ella ángulos rectos, y por consiguiente iguales, es indispensablemente perpendicular á esta línea: 3.° que si una línea es perpendiculur à otra línea, esta es tambien perpendicular à aquella: 4.° que si un punto de una perpendicular está igualmente distante de dos puntos de otra, todos los demas puntos de la primera están igualmente distantes de los mismos puntos de la segunda: 5.° que desde un punto tomado dentro ò fuera de una línea, no se puede tirar mas de una perpendicular à dicha línea.

XVI.

Una línea recta será perpendicular à otra recta, si tuviere la primera dos puntos qualesquiera igualmente distantes de otros dos puntos qualesquiera de la segunda.

XVII.

Tirar desde un punto dado dentro ó fuera de una línea

nea

nea recta, una perpendicular à la misma recta.

XVIII.

Explicar qué es línea obliqua, y deducir 1.° que una línea obliqua à otra, forma con esta dos ángulos desiguales que son suplemento el uno del otro: 2.° que si una línea encuentra à otra, y forma dos ángulos desiguales, será obliqua respecto de ella.

XIX.

Si desde un mismo punto se tiran à una línea una perpendicular, y una obliqua, la perpendicular será mas corta que la obliqua.

XX.

Entre todas las obliquas, que desde un punto se la pueden tirar à una línea: 1.° la obliqua mas distante de la perpendicular será la mas larga: 2.° las que se tiraren à distancias iguales de la perpendicular serán iguales entre sí; y reciprocamente.

XXI.

Explicar qué son líneas paralelas, y deducir: 1° que las paralelas aun quando se las prolongue infinitamente no se pueden encontrar: 2° que las líneas tiradas desde una paralela perpendicularmente à la otra, son iguales: 3.° que si dos líneas fueren paralelas, otra línea que fuere paralela à la una será tambien paralela à la otra: 4° que dos líneas que solo se encuentran prolongadas al infinito, y dos líneas paralelas son una misma cosa.

XXII.

Dos líneas paralelas cortadas por otra linea, que se llama secante, están igualmente inclinadas hácia un mismo punto de la secante.

XXIII.

Explicar los varios ángulos que forma la secante con las paralelas, y manifestar que los ángulos que forman à un mismo lado de la secante, uno interior, y otro exterior,

son

son iguales; deduciendo: 1.° que los ángulos alternos internos son iguales: 2.° que los ángulos alternos externos son iguales: 3.° que los ángulos internos opuestos son suplemento el uno del otro: 4° que los ángulos externos opuestos son suplemento el uno del otro: y haciendo ver que todas las veces que una línea recta cortáre otras dos líneas rectas, de modo que se verifique alguna de estas propiedades, las dos cortadas son paralelas.

XXIV.

Deducir de la proposicion antecedente 1.° que si dos ángulos vueltos hácia un mismo lado tienen sus lados paralelos, son iguales: 2.° que si una línea es perpendicular à otras dos, estas dos líneas son paralelas: 3.° un método para tirar por un punto dado una línea paralela à otra: 4.° que si dos líneas fueren perpendiculares à otra línea, serán paralelas entre sí: 5.° que si dos líneas fueren paralelas, y una de ellas fuere perpendicular à una línea, lo será tambien la otra.

XXV.

Una línea tirada desde el centro de un círculo perpendicularmente à una cuerda, divide esta cuerda, y el arco en dos partes iguales; y reciprocamente.

XXVI.

Si una línea es perpendicular à una cuerda, y la divide en dos partes iguales, pasa por el centro.

XXVII.

Deducir de las proposiciones antecedentes 1.° que los arcos de un mismo círculo comprehendidos entre paralelas son iguales: 2.° un método para hacer que pase un círculo por tres puntos dados que no estén en una misma direccion, y hallar el centro de un círculo, no conociendo mas que un arco de él: 3.° otro para dividir un ángulo, ò arco en dos partes iguales.

XXVIII.

Toda recta que corta la circunferencia en dos puntos, es secante del círculo.

XXIX.

Toda línea perpendicular al extremo de un radio es tangente del círculo; y reciprocamente, toda tangente es perpendicular al radio que remata en el punto de contacto.

XXX.

Deducir de la proposicion antecedente 1.° que por un punto de la circunferencia no se puede tirar mas de una tangente: 2.° el método de tirarla.

XXXI.

Si desde un punto que no sea el centro del círculo, ora esté dentro, ora esté fuera, se tiran à la parte de la circunferencia que mas dista de dicho punto, varias rectas: 1.° la recta que pasa por el centro es la mas larga: 2.° de las rectas que no pasan por el centro, la que tiene su extremo mas inmediato al extremo de la que pasa por el centro, es la mas larga.

XXXII.

Si desde un punto que no sea el centro del círculo, ora esté dentro, ora esté fuera, se tiran à la parte de la circunferencia que está mas cerca de dicho punto, varias rectas: 1.° la línea que prolongada pasaría por el centro es la mas corta: 2.° de las que prolongadas no pasan por el centro, la que tiene su extremo mas inmediato à la que prolongada pasa por el centro, es la mas corta.

XXXIII.

Deducir de la proposicion antecedente 1.° que desde un punto que no es el centro de un circulo no se pueden tirar à la circunferencia tres líneas iguales: 2.° que si las circunferencias de dos círculos se encuentran en dos puntos se cortan por precision: 3.° que si dos circunferencias de cír-

círculo se tocan dentro, ò fuera, los centros de estos dos círculos, y el punto de contacto estarán en una misma línea recta.

XXXIV.

El ángulo que forma una tangente con una cuerda, tiene por medida la mitad del arco que la cuerda subtende.

XXXV.

El ángulo cuyo vértice está en la circunferencia, formado por el concurso de dos cuerdas, tiene por medida la mitad del arco que abrazan sus lados.

XXXVI.

Deducir de la proposicion antecedente 1.° que el ángulo en el centro es duplo del ángulo en la circunferencia que abraza el mismo arco: 2.° que todos los ángulos en la circunferencia que abrazan con sus lados un mismo arco, son iguales: 3.° que todo ángulo en la circunferencia, cuyos lados pasan por los extremos de un diámetro, es recto, ò de 90°: 4.° que todo ángulo en la circunferencia que abrazáre un arco mayor que la semicircunferencia, será obtuso, y todo ángulo que abrazáre menos que la semicircunferencia, será agudo.

XXXVII.

El ángulo cuyo vértice no está en el centro, pero sí dentro del círculo, tiene por medida la mitad de la suma de los arcos comprehendidos entre sus lados, prolongados, si es menester.

XXXVIII.

El ángulo cuyo vértice esta fuera del círculo, y cuyos lados rematan en la parte cóncava de la circunferencia, tiene por medida la mitad del arco cóncavo comprehendido entre sus lados, menos la mitad del arco convexô.

XXXIX.

El ángulo cuyo vértice está en la circunferencia,

for-

formado por una cuerda, y la prolongacion de otra cuerda, tiene por medida la semisuma de los arcos que las dos cuerdas subtenden.

XL.

El ángulo formado por una tangente y una secante tiene por medida la mitad del arco cóncavo menos la mitad del arco convexô, que sus lados interceptan.

XLI.

Deducir de las proposiciones antecedentes 1.° un método para levantar una perpendicular en el extremo de una línea que no se puede prolongar: 2.° otro para tirar dos tangentes à un círculo desde un punto dado fuera de dicho círculo.

XLII.

Dar todas las definiciones pertenecientes à las líneas que incluyen espacio, y manifestar que la suma de dos lados de un triángulo, tomados como se quisiere, es siempre mayor que el tercer lado.

XLIII.

Si dos ángulos de un triángulo son iguales, los lados opuestos á dichos ángulos serán tambien iguales; y reciprocamente, si dos lados de un triángulo son iguales, los ángulos opuestos à estos lados serán tambien iguales.

XLIV.

En un mismo triángulo el mayor lado está opuesto al mayor ángulo; y reciprocamente.

XLV.

En un triángulo rectilíneo qualquiera la suma de los tres ángulos vale 180°.

XLVI.

Deducir de la proposicion antecedente 1.° que no puede haber en un triángulo mas que un ángulo recto, ò un ángulo obtuso, siendo preciso que los otros dos sean agu-

agudos: 2.° que conociendo dos ángulos de un triángulo es conocido el tercero: 3.° que si en un triángulo se prolonga un lado, el ángulo externo será igual à la suma de los dos internos opuestos à dicho lado: 4.° que quando dos ángulos de un triángulo son iguales à dos ángulos de otro triángulo, el tercer ángulo del uno es por precision igual al tercer ángulo del otro: 5.° que los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo son siempre complemento el uno del otro.

XLVII.

Dos triángulos son iguales 1.° siempre que los tres lados del uno son iguales à los tres lados del otro: 2.° quando tienen un lado igual à un lado adyacente à dos ángulos iguales cada uno al suyo: 3.° siempre que tienen dos lados iguales cada uno al suyo, è igual el ángulo que forman dichos lados.

XLVIII.

Dar todas las definiciones de los quadriláteros, y manifestar que todos los ángulos juntos de un quadrilátero son iguales à quatro ángulos rectos.

XLIX.

Si un quadrilátero tuviere iguales y paralelos dos lados opuestos, tendrá tambien iguales y paralelos los otros dos lados.

L.

Manifestar que la diagonal de un paralelógramo le divide en dos triángulos iguales; deduciendo que las partes de dos paralelas interceptadas entre otras dos paralelas son iguales.

LI.

Manifestar que en un paralelógramo los ángulos opuestos son iguales, como tambien los lados opuestos; deduciendo 1.° que si en un paralelógramo un ángulo es recto, lo serán todos quatro.

LII.

Deducir de la proposicion antecedente un método para formar 1.º un romboyde, dadas dos líneas, y un ángulo: 2.º un rombo con una línea, y un ángulo conocidos: 3.º un rectángulo con dos líneas dadas: 4.º un quadrado, conocida una línea.

LIII.

Dar todas las definiciones correspondientes à los polígonos, y hallar las fórmulas

$$S = 180^\circ (n - 2)$$

$$A = 180^\circ \left(1 - \frac{2}{n}\right)$$

$$S' = 360^\circ$$

para conocer la suma de los ángulos interiores, y exteriores de un polígono regular qualquiera, y quanto vale cada uno de aquellos.

Representando

S la suma de los ángulos interiores.
A uno de ellos.
n el número de lados de un polígono.
S′ la suma de los ángulos exteriores.

LIV.

Manifestar que si se dividen en dos partes iguales los ángulos de un polígono regular con los radios obliquos, todas estas líneas se encontrarán en el centro, y serán iguales; deduciendo: 1.º que si desde el centro del polígono, y con un radio obliquo se describe un círculo, resultará un polígono inscripto en un círculo: 2.º que un polígono regular se puede dividir en tantos triángulos iguales como lados tiene: 3.º la fórmula

$$x = \frac{360^\circ}{n}$$

para hallar el ángulo en el centro de un polígono regular quálquiera.

Representando

x el ángulo en el centro.

n el número de lados del polígono.

LV.

El lado del exâgono regular es igual al radio, y por consiguiente la razon entre la circunferencia, y el diámetro es mayor que la razon de 3 à 1, ò de 21 à 7.

LVI.

El radio recto de un polígono regular, divide el lado correspondiente en dos partes iguales; y por consiguiente la perpendicular bajada desde el vértice de un triángulo isósceles à la base, divide ésta y el ángulo en dos partes iguales.

LVII.

Los radios rectos de un polígono regular son todos iguales entre sí, de donde se deduce 1.° un método para inscribir un círculo en un polígono regular dado: 2.° que el radio obliquo de un polígono regular divide el ángulo del polígono en dos partes iguales.

LVIII.

Manifestar que si sobre una línea, que forma con otra un ángulo qualquiera se toman partes iguales, y desde los puntos de division se tiran paralelas encuentren la otra en otros tantos puntos, y desde estos puntos se tiran paralelamente à la primera varias rectas: 1.° todas las partes de la segunda serán iguales entre sí: 2.° todas las partes de las paralelas tiradas de la una à la otra, serán tambien iguales entre sí; deduciendo, que

si

si son dos las paralelas que se tiran de la una à la otra, las partes de estas comprehendidas entre el vértice del ángulo, y la primera paralela serán entre sí, como las partes de las mismas interceptadas entre las paralelas, y como las que están entre el vértice del ángulo, y la segunda paralela.

LIX.

Si desde un punto tomado à arbitrio en uno de los lados de un triángulo, se tira una paralela à la base, el otro lado quedará cortado proporcionalmente; y reciprocamente, si una línea corta los lados de un triángulo proporcionalmente, dicha línea será paralela à la base.

LX.

Si desde un punto tomado à arbitrio fuera de una línea se tiran à dicha linea otras muchas líneas, toda recta paralela à ella cortará estas líneas, y sus prolongaciones en partes proporcionales; y recíprocamente.

LXI.

Si una línea divide en dos partes iguales el ángulo de un triángulo, corta el lado opuesto en dos partes proporcionales à los lados; de donde se deduce un método muy facil para prolongar la capital de una fortificacion regular.

LXII.

Si desde dos puntos de una recta se levantan quatro líneas paralelas de dos en dos, y proporcionales, las tres líneas que se tiren por los extremos de dichas paralelas concurrirán en un mismo punto.

LXIII.

Dividir una línea dada en partes que tengan entre sí razones dadas.

LXIV.

Hallar una quarta proporcional à tres líneas, y una tercera à dos líneas dadas.

LXV.

Dos triángulos que tienen proporcionales sus tres lados homólogos, tienen los ángulos iguales cada uno al suyo, y son por lo mismo semejantes.

LXVI.

Dos triángulos son semejantes quando tienen un ángulo igual comprehendido entre dos lados proporcionales.

LXVII.

Dos triángulos que tienen iguales los ángulos cada uno al suyo, tienen proporcionales sus lados homólogos, y son por consiguiente semejantes; de donde se deducen otras proposiciones de la mayor importancia.

LXVIII.

Hallar la fórmula general

$$x = cd \times \frac{b - f}{bd - fa}$$

para conocer una distancia inaccesible.

Representando

- a — la base de un triángulo formado en el terreno.
- b, c — sus lados.
- d — una parte de la base comprehendida entre dos visuales dirigidas al objeto.
- f — una parte de uno de los lados comprehendida entre las mismas visuales.
- x — la distancia que se busca.

LXIX.

Si desde el ángulo recto de un triángulo rectángulo se baxa una perpendicular à la base: 1.° los triángulos parciales serán semejantes el uno al otro, y al triángu-

gulo total: 2.° la perpendicular será media proporcional entre los segmentos ò porciones de la hipotenusa: 3.° cada cateto será medio proporcional entre la hipotenusa, y el segmento correspondiente.

LXX.

Deducir de la proposicion antecedente: 1.° que el quadrado de la hipotenusa es igual à la suma de los quadrados de los catetos: 2.° el valor de la hipotenusa, y de cada uno de los catetos: 3.° que no se puede determinar exâctamente la razon que tiene la diagonal con el lado del quadrado.

LXXI.

Si desde dos ángulos homólogos de dos figuras semejantes se tiran diagonales à los demas ángulos, los triángulos homólogos, ó colocados de un mismo modo serán semejantes.

LXXII.

Si dos figuras constan de un mismo número de triángulos semejantes y dispuestos del mismo modo, serán semejantes.

LXXIII.

Los contornos ò perímetros de dos figuras semejantes son entre sí, como sus lados homólogos, y como sus diagonales homólogas: esto es,

$$P : p = L : l = D : d$$

Si las figuras fueren dos polígonos regulares qualesquiera, será

$$P : p = L : l = D : d = R : r = R' : r'$$

y si estos fueren dos círculos, será

$$C : c = A : a = D : d = R : r = Q : q$$

Re-

Representando

P , p	los perímetros.
L , l	los lados homólogos.
D , d	las diagonales homólogas, y los diámetros en los círculos.
R , r	los radios obliquos, y los radios en los círculos.
C , c	las circunferencias de los círculos.
R′ , r′	las apotemas ò radios rectos.
A , a	los arcos de los círculos.
Q , q	las cuerdas.

LXXIV.

Deducir de la proposicion antecedente las fórmulas

$$C = D \times 3,14$$

$$D = \frac{C}{3,14}$$

para hallar la circunferencia de un círculo en conociendo su diámetro, y éste en conociendo aquella, y hacer ver que

$$l = \frac{A \times L}{360^\circ}$$

Expresando

L	la longitud de la circunferencia.
A	el número de grados, y minutos de un arco.
l	la longitud de dicho arco.

LXXV.

Si desde un punto qualquiera de una circunferencia se baxa una perpendicular al diámetro; ésta perpendicular será media proporcional entre las dos partes del diámetro.

LXXVI.

Hallar una media proporcional entre dos líneas dadas.

LXXVII.

Toda cuerda tirada desde el extremo de un diámetro es media proporcional entre el diámetro, y el segmento correspondiente.

LXXVIII.

Las partes de dos cuerdas que se cortan en un círculo, son reciprocamente porporcionales.

LXXIX.

Si dos secantes tiradas desde un mismo punto fuera de un círculo rematan en la parte cóncava de la circunferencia, las partes externas serán reciprocamente proporcionales à todas las secantes; de suerte que si la una se hace tangente, será media proporcional entre la secante entera, y su parte externa.

LXXX.

Dividir una línea en media, y extrema razon.

DE LAS SUPERFICIES.

I.

UN triángulo rectilíneo qualquiera siempre es la mitad de un paralelógramo de igual base y altura que él.

II.

Dos paralelógramos, ò dos triángulos que tienen una misma base, y están entre unas mismas paralelas, ò tienen una misma altura, son iguales en superficie.

III.

Explicar que es medir una superficie, y hallar la de un paralelógramo.

$$S = A \times B$$

y la de un triángulo

$$T = \frac{A \times B}{2}$$

haciendo ver, que quando dos paralelógramos, ó dos triángulos son iguales en superficie, tienen sus bases recíprocamente proporcionales à sus alturas.

Representando

S la superficie del paralelógramo.
T la del triángulo.
A, B la altura y base de uno y otro.

IV.

La superficie de un trapecio es

$$S = A \times \frac{B + b}{2} = A \times L$$

Expresando

S le superficie.
A la altura.
B, b las bases inferior y superior.
L una línea tirada à distancias iguales de las bases paralelas.

V.

La superficie de un polígono regular es

$$S = R' \times \tfrac{1}{2} P = T$$

y si es un círculo, será

$$S = R \times \tfrac{1}{2} C = T'$$

Re-

Representando

S	la superficie de uno y otro.
R′, R	la apotema y el radio del círculo.
P, C	el perímetro del polígono, y la circunferencia del círculo.
T, T′	dos triángulos, de los quales el uno tiene por base el perímetro del polígono, y por altura la apotema; y el otro la circunferencia y el radio.

VI.

La superficie de un sector es

$$S = \frac{1}{2} R \times l$$

la de un segmento

$$S' = S - T$$

y la de una corona

$$Z = V - X$$

Representando

S	la superficie del sector.
S′	la del segmento.
T	la del triángulo, que es parte de él.
l	la longitud del arco.
X, V, Z	las superficies de los círculos mayor y menor, y la de la corona.

VII.

Hallar la superficie de un polígono irregular, cuyo perímetro se componga de líneas rectas, ò esté terminado por una línea curva tambien irregular.

VIII.

VIII.

Siendo S, s las superficies de dos paralelógramos; A, a sus alturas; B, b sus bases: manifestar que

$$S : s = A \times B : a \times b$$

Si las alturas son iguales,

$$S : s = B : b$$

y si lo son las bases

$$S : s = A : a$$

De donde se deduce, que si los paralelógramos son semejantes, será

$$S : s = L^2 : l^2$$

Representando
L, l los lados homólogos.

IX.

Siendo T, t dos triángulos; A, a sus alturas, y B, b sus bases: será tambien

$$T : t = A \times B : a \times b$$

Si las alturas son iguales

$$T : t = B : b$$

y si lo son las bases

$$T : t = A : a$$

y por consiguiente, si son semejantes, se tendrá

$$T : t = L^2 : l^2$$

Ex-

Expresando
L, l los lados homólogos.

X.

Siendo S, s las superficies de dos figuras semejantes; manifestar que

$$S : s = P^2 : p^2 = L^2 : l^2 = D^2 : d^2$$

Si son dos polígonos regulares

$$S : s = P^2 : p^2 = L^2 : l^2 = D^2 : d^2 = R^2$$

$$: r^2 = R'^2 : r'^2$$

Y si estos son dos círculos

$$S : s = C^2 : c^2 = D^2 : d^2 = R^2 : r^2 = A^2$$

$$: a^2 = Q^2 : q^2$$

Representando
P, p, &c. lo mismo que se dixo en la proposicion LXXIII. de las líneas.

XI.

El círculo trazado sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual à la suma de los círculos trazados sobre los catetos.

XII.

Los quadrados de las cuerdas tiradas desde el extremo de un diámetro, son entre sí, como las porciones que cortan en dicho diámetro las perpendiculares que se le baxan desde los extremos de dichas cuerdas.

XIII.

El quadrado formado sobre la hipotenusa de un trián-

gu-

gulo rectángulo tiene con los quadrados formados sobre los catetos, la misma razon que la hipotenusa con los segmentos correspondientes à dichos catetos.

XIV.

Las diferencias de los triángulos semejantes siguen la misma razon, que las diferencias de los quadrados de los lados homólogos.

XV.

De las figuras regulares isoperimetras aquella tiene mayor superficie, que mas lados tiene; por consiguiente el círculo contiene mas superficie que otra figura qualquiera, cuyo perimetro es igual.

XVI.

Una línea recta, ò dos puntos qualesquiera no son bastantes para determinar la posicion de un plano; son menester tres puntos por lo menos para que quede enteramente determinada.

XVII.

La interseccion comun de dos planos es una línea recta.

XVIII.

Dos líneas rectas paralelas, y dos líneas rectas que se cortan están en un mismo plano.

XIX.

Una perpendicular à un plano, es perpendicular à todas las demas líneas puestas en el mismo plano, que pasen por el extremo de la perpendicular.

XX.

Dos líneas perpendiculares à un mismo plano son paralelas.

XXI.

Desde un punto tomado en un plano, ò fuera de él, no se puede tirar mas que una perpendicular à dicho plano.

XXII.

Si un plano es perpendicular à otro plano, y por un punto qualquiera de su comun seccion se levanta una perpendicular à éste, dicha recta estará enteramente en aquel.

XXIII.

Si un plano es perpendicular à otro plano, pasará forzosamente por todas las perpendiculares à la comun seccion; y reciprocamente, si una línea es perpendicular à un plano, y otro plano pasa por ella cogiéndola, este será perpendicular al primero.

XXIV.

Manifestar que la inclinacion de dos planos se mide por el ángulo que forman dos líneas perpendiculares à su comun seccion, tiradas una en el un plano, y otra en el otro; haciendo algunas reflexîones de la mayor importancia.

XXV.

Las intersecciones de dos planos paralelos cortados por otro plano, son líneas paralelas.

XXVI.

Si dos planos son perpendiculares à un mismo plano, su comun seccion será tambien perpendicular à dicho plano.

XXVII.

Explicar qué es ángulo sólido, y manifestar que quando resulta del concurso de tres ángulos planos, la suma de dos ángulos planos qualesquiera siempre es mayor que el tercero.

XXVIII.

La suma de todos los ángulos planos, sean quanto se quiera, que forman un ángulo sólido, jamas llega à valer quatro ángulos rectos, ò 360°; esto es,

$$S < 360°$$

Ex-

Expresando

S la suma de los ángulos planos, que concurren à la formacion del ángulo sólido.

DE LOS SOLIDOS.

I.

DAr todas las definiciones de los prismas, y hallar para la superficie de un prisma qualquiera la fórmula

$$S = A \times P$$

que, si el prisma es recto, se convertirá estotra

$$S = a \times p$$

si es un cilindro recto, será

$$S = a \times c$$

y si es obliquo

$$S = L \times C$$

Expresando

S la superficie, sin contar las de las bases.

A, P la arista, y el perímetro de una seccion perpendicular à ella.

a, p la altuta, y el perímetro de la base.

C, c la circunferencia de una seccion perpendicular al lado, y la de la base.

L el lado del cilindro.

II.

La solidez de un prisma es

$$S = a \times B$$

Si es recto, será

$$S' = A \times B$$

Si

Si es un cilindro qualquiera

$$S' = a \times O$$

y si este es recto

$$S' = E \times O$$

de donde se sigue que para que dos prismas sean iguales en solidez, basta que sus bases sean reciprocamente proporcionales à sus alturas.

Aqui representan

S′ la solidez.

a, A lo mismo que en la proposicion antecedente.

E el ege del cilindro.

O el círculo, que le sirve de base.

III.

Dar todas las definiciones peculiares à la pirámide, y manifestar que

$$S = A \times \tfrac{1}{2} P$$

y si es un cono recto

$$S = L \times \tfrac{1}{2} C$$

Siendo

S la superficie lateral.

A la apotema.

L el lado del cono.

C la circunferencia de su base.

IV.

La superficie lateral de un tronco, ò trozo de pirámide regular de bases paralelas es

$$S = A \times \tfrac{1}{2} (P + p) = A \times P'$$

Expresando

S la superficie.

P,

P, p, P′ los perímetros de las bases paralelas, y el de una seccion hecha à distancias iguales de dichas bases.

A la altura de uno de los trapezios laterales.

V.

La superficie de un tronco, ò trozo de cono recto es

$$S = \frac{cd}{4}(a + b)$$

Expresando

1 : c la razon del radio à la circunferencia.

a el diámetro de la base inferior.

b el diámetro de la base superior.

d la diferencia de apotemas.

S la superficie.

VI.

La solidez de un tronco de cono recto es

$$T = \frac{k}{3}(S + \sqrt{Ss} + s)$$

Representando

k la altura del tronco.

S la base inferior.

s la base superior.

T la solidez.

VII.

Dar todas las definiciones de la esfera, y de sus partes; y manifestar que la superficie de uno de sus cascos es

$$S = 2cax = Cx$$

la de la misma esfera

$$S' = 4ca^2 = 4M$$

y la solidez de ésta

$$S'' = \frac{4ca^3}{3} = 4M \times \tfrac{1}{3} a$$

Expresando

c la razon entre la circunferencia, el diámetro.

C la circunferencia de uno de los círculos maxîmos de la esfera.

a el radio de la esfera.

M uno de los círculos maxîmos.

x la altura del casco.

S, S' las respectivas superficies.

S'' la solidez de la esfera.

VIII.

Hallar la altura que debe tener un cono, para que sea igual en solidez à una esfera dada, siendo el radio de su base igual al radio de la esfera.

IX.

La solidez de un sector esférico es

$$S = \frac{2ca^2x}{3}$$

la del cono, que es parte de él

$$C = \frac{c}{3} (2ax - x^2) (a - x)$$

y la del segmento esférico

$$I = cx^2 (a - \tfrac{1}{3} x)$$

Re-

Representando

c la razon entre la circunferencia, y el diámetro.

a el radio de la esfera.

x la altura del segmento.

S, C, I las solideces respectivas de estos cuerpos.

X.

La solidez de una zona comprehendida entre la base del casco, y la seccion que pasa por el centro, es

$$Z = c\,(a^2 z - \tfrac{1}{3} z^3)$$

Expresando

Z la solidez de la zona.

z su altura.

a, c lo mismo que antes.

XI.

La solidez de una zona comprehendida entre la antecedente, y la seccion que pasa por el centro de la esfera, es

$$Z' = c\,(a^2 u - \tfrac{1}{3} u^3)$$

Siendo ahora

Z' la solidez de la zona.

u su altura.

a, c lo mismo que antes.

XII.

La solidez de la zona esférica comprehendida entre dos secciones, ó círculos menores, es

$$Z'' = c\left(a^2 (z - u) + \frac{u^3 - z^3}{3}\right)$$

ó con expresion mas elegante, aun quando no se conoce el radio de la esfera à que pertenece.

Z''

$$Z'' = \frac{cg}{6} (3y^2 + 3y'^2 + g^2)$$

Expresando

Z''	la solidez de la zona.
g	su espesor, ó altura.
y	el radio de su base inferior.
y'	el de la superior.
a, c, z, u	lo mismo que en las proposiciones antecedentes.

XIII.

Disertar sobre la razon de las fuperficies, y solideces de los sólidos, y hallar la formula

$$l = L \sqrt[3]{\frac{n}{m}}$$

para hacer un sólido semejante à otro, y cuya solidez sea à la de éste en una razon dada.

Siendo

m : n	la razon dada.
L, l	las dimensiones homólogas de los dos sólidos.

XIV.

No puede haber en la naturaleza mas de cinco cuerpos regulares, es à saber; el tetraedro, el octaedro, el icosaedro, el cubo ó exâedro, y el dodecaedro.

TRI-

TRIGONOMETRIAS PLANA Y ESFERICA.

I.

Dar una idea de estas Ciencias, y explicar los términos de que se valen para su perfecta inteligencia.

II.

Siendo a un arco qualquiera, y r el radio de las tablas; hallar las fórmulas siguientes:

$r^2 = \text{sen}^2 a + \cos^2 a = \text{tang}a \; \cot a = \cos a \; \text{sec}a = \text{sen}a$ $\text{cosec}a$; $\text{sen}a = \sqrt{(r^2 - \cos^2 a)}$; $\cos a = \sqrt{(r^2 - \text{sen}^2 a)}$;

$$\text{tang}a = \frac{r\,\text{sen}a}{\cos a} = \frac{r^2}{\cot a};\ \cot a = \frac{r\cos a}{\text{sen}a} = \frac{r^2}{\text{tang}a};$$

$$\text{sec}a = \frac{r^2}{\cos a};\ \text{cosec}a = \frac{r^2}{\text{sen}a};\ u = r - \cos a;\ u' = r -$$

$\text{sen}a$; deduciendo, que si b es otro arco qualquiera, será

$$\text{tang}a : \text{tang}b = \cot b : \cot a.$$

III.

Suponiendo a y b dos arcos qualesquiera, de los quales a sea el mayor, y b el menor; hallar las quatro fórmulas siguientes.

$$\text{sen}\,(a+b) = \frac{\text{sen}a \cos b + \cos a \,\text{sen}b}{r}$$

$$\text{sen}\,(a-b) = \frac{\text{sen}a \cos b - \cos a \,\text{sen}b}{r}$$

$$\cos(a+b) = \frac{\cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b}{r}$$

$$\cos(a-b) = \frac{\cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b}{r}$$

IV.

Deducir de las fórmulas antecedentes estotras.

$$r^2 \operatorname{sen}(a+b) \operatorname{sen}(a-b) = \cos^2 b - \cos^2 a$$

$$r^2 \cos(a+b) \cos(a-b) = \cos^2 b - \operatorname{sen}^2 a$$

$$\operatorname{sen}(a+b) + \operatorname{sen}(a-b) = \frac{2}{r} \operatorname{sen} a \cos b$$

$$\operatorname{sen}(a+b) - \operatorname{sen}(a-b) = \frac{2}{r} \cos a \operatorname{sen} b$$

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = \frac{2}{r} \cos a \cos b$$

$$\cos(a-b) - \cos(a+b) = \frac{2}{r} \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

De las quatro ultimas las siguientes

$$\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B = \frac{2}{R} \operatorname{sen}(\tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B) \cos(\tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B)$$

$$\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B = \frac{2}{R} \operatorname{sen}(\tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B) \cos(\tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B)$$

$$\cos A + \cos B = \frac{2}{R} \cos\left(\tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B\right) \cos\left(\tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B\right)$$

$$\cos B - \cos A = \frac{2}{R} \operatorname{sen}\left(\tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B\right) \operatorname{sen}\left(\tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B\right);$$

y finalmente de estas, las que siguen

$$R + \cos A = \frac{2\cos^2 \frac{1}{2}A}{R}; \quad R - \cos A = \frac{2\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}A}{R}$$

$$\frac{R + \cos A}{R - \cos A} = \frac{\cot^2 \frac{1}{2}A}{R^2}; \quad \frac{R - \cos A}{R + \cos A} = \frac{\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2}A}{R^2}$$

$$\frac{\operatorname{sen}A + \operatorname{sen}B}{\operatorname{sen}A - \operatorname{sen}B} = \frac{\operatorname{tang}\left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B\right)}{\operatorname{tang}\left(\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}B\right)}$$

$$\frac{\operatorname{sen}A + \operatorname{sen}B}{\cos A + \cos B} = \operatorname{tang}\left(\tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B\right)$$

$$\frac{\operatorname{sen}A + \operatorname{sen}B}{\cos B - \cos A} = \operatorname{tang}\left(\tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B\right)$$

$$\frac{\operatorname{sen}A - \operatorname{sen}B}{\cos B - \cos A} = \cot\left(\tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B\right)$$

$$\frac{\cos A + \cos B}{\cos B - \cos A} = \frac{\cot\left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B\right)}{\operatorname{tang}\left(\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}B\right)} = \frac{\sec A + \sec B}{\sec A - \sec B}$$

V.

Suponiendo $r = 1$; hallar las formulas siguientes

$$\tang(a+b) = \frac{\tang a + \tang b}{1 - \tang a \tang b} = \frac{\cot b + \cot a}{\cot a \cot b - 1}$$

$$\cot(a+b) = \frac{1 - \tang a \tang b}{\tang a + \tang b} = \frac{\cot b \cot a - 1}{\cot b + \cot a}$$

$$\sec(a+b) = \frac{\sec a \sec b}{1 - \tang a \tang b} = \frac{\operatorname{cosec} a \operatorname{cosec} b}{\cot a \cot b - 1}$$

$$\operatorname{cosec}(a+b) = \frac{\sec a \sec b}{\tang a + \tang b} = \frac{\operatorname{cosec} a \operatorname{cosec} b}{\cot b + \cot a}$$

$$\tang(a-b) = \frac{\tang a - \tang b}{1 + \tang a \tang b} = \frac{\cot b - \cot a}{\cot a \cot b + 1}$$

$$\cot(a-b) = \frac{1 + \tang a \tang b}{\tang a - \tang b} = \frac{\cot a \cot b + 1}{\cot b - \cot a}$$

$$\sec(a-b) = \frac{\sec a \sec b}{1 + \tang a \tang b} = \frac{\operatorname{cosec} \operatorname{cosec} b}{\cot a \cot b + 1}$$

$$\operatorname{cosec}(a-b) = \frac{\sec a \sec b}{\tang a - \tang b} = \frac{\operatorname{cosec} a \operatorname{cosec} b}{\cot b - \cot a}$$

VI.

Hallar las fórmulas

sena

$$\text{sen}a = \text{sen}a$$

$$\text{sen}\,2a = \frac{2\text{sen}a\cos a}{r}$$

$$\text{sen}\,3a = \frac{\text{sen}a\cos 2a + \cos a\,\text{sen}\,2a}{r}$$

$$\text{sen}\,4a = \frac{\text{sen}a\cos 3a + \cos a\,\text{sen}\,3a}{r}$$

&c.

y

$$\cos a = \cos a$$

$$\cos 2a = \frac{2\cos^2 a - r^2}{r}$$

$$\cos 3a = \frac{\cos a\cos 2a - \text{sen}a\,\text{sen}\,2a}{r}$$

$$\cos 4a = \frac{\cos a\cos 3a - \text{sen}a\,\text{sen}\,3a}{r}$$

&c.

para conocer los senos, y cosenos de los arcos duplos, triplos, &c.

VII.

Hallar las fórmulas

2tanga

$$\text{tang } 2a = \frac{2\text{tang}a}{1 - \text{tang}^2\, 2a} = \frac{2\text{cota}}{\text{cot}^2 a - 1}$$

$$\text{cot } 2a = \frac{1 - \text{tang}^2 a}{2\text{tang}a} = \frac{\text{cot}^2 a - 1}{2\text{cota}}$$

$$\text{sec } 2a = \frac{\text{sec}^2 a}{1 - \text{tang}^2 a} = \frac{\text{cosec}^2 a}{\text{cot}^2 a - 1}$$

$$\text{cosec}^2 a = \frac{\text{sec}^2 a}{2\text{tang}a} = \frac{\text{cosec}^2 a}{2\text{cota}}$$

para tener las tangentes, cotangentes, secantes, y cosecantes de los arcos duplos; deduciendo de la primera que

$$\text{tang}a = \frac{-1 + \sqrt{(1 + 2\text{tang}^2\, 2a)}}{\text{tang } 2a}$$

por cuyo medio se hallará la tangente de un arco simple, si se conoce la tangente del arco duplo.

VIII.

Siendo B un arco qualquiera, manifestar que

$$\text{sen}B = 2\text{sen}\tfrac{1}{2}B \cos \tfrac{1}{2}B$$

y

$$\frac{\text{sen}^2 B}{\cos^2 \tfrac{1}{2}B} = 4\text{sen}^2 \tfrac{1}{2}B$$

IX.

Representando C la semicircunferencia de un círculo, cuyo radio es la unidad; manifestar que es

1.°

Sen $0\,C = 0$; cos $0\,C = 1$; tang $0\,C = 0$; cot $0\,C = \infty$; sec $0\,C = 1$; cosec $0\,C = \infty$.

2.°

Sen $\frac{1}{2}C = 1$; cos $\frac{1}{2}C = 0$; tang $\frac{1}{2}C = \infty$; cor $\frac{1}{2}C = 0$; sec $\frac{1}{2}C = \infty$; cosec $\frac{1}{2}C = 1$.

3.°

Sen $C = 0$; cos $C = -1$; tang $C = 0$; cot $C = -\infty$; sec $C = -1$; cosec $C = \infty$.

4.°

Sen $\frac{3}{2}C = -1$; cos $\frac{3}{2}C = 0$; tang $\frac{3}{2}C = -\infty$; cot $\frac{3}{2}C = 0$; sec $\frac{3}{2}C = \infty$; cosec $\frac{3}{2}C = -1$.

5.°

Sen $2\,C = 0$; cos $2\,C = 1$; tang $2\,C = 0$; cos $2\,C = \infty$; sec $2\,C = 1$; cosec $2\,C = \infty$.

X.

Suponiendo lo mismo que en la proposicion antecedente, hallar las fórmulas siguientes.

sen $(\frac{1}{2}C+B) = +$ Cos B sen $(\frac{1}{2}C-B) = +$ cos B

cos $(\frac{1}{2}C+B) = -$ sen B cos $(\frac{1}{2}C-B) = +$ sen B

sen $(C+B) = -$ sen B sen $(C-B) = +$ sen B

cos $(C+B) = -$ cos B cos $(C-B) = -$ cos B

sen $(\frac{3}{2}C+B) = -$ cos B sen $(\frac{3}{2}C-B) = -$ cos B

cos $(\frac{3}{2}C+B) = +$ sen B cos $(\frac{3}{2}C-B) = -$ sen B

sen $(2C+B) = +$ sen B sen $(2C-B) = -$ sen B

cos

$\cos(2C + B) = + \cos B$ $\cos(2C - B) = + \cos B$

XI.

Siendo B complemento de A, manifestar que sen A $= \cos B$; deduciendo, que sen $45^\circ = \cos 45^\circ$; sen $30^\circ = \cos 60^\circ$; tang $45^\circ = r = \frac{1}{2} \sec 60^\circ$, y tang $60^\circ = 2 \operatorname{sen} 60^\circ$

XII.

Hallar la fórmula

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} A = \frac{\sqrt{(2 R^2 - 2 R \cos A)}}{2}$$

para conocer el seno de la mitad de un ángulo por medio del coseno del ángulo duplo; y deducir que

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \tfrac{1}{2} R$$

XIII.

Hallar las fórmulas siguientes

Sen $-B = -$ sen B; cos $-B = \cos B$; sen $A =$ sen $(180^\circ - A) =$ sen. suplem. de A; cos $A = -\cos(180^\circ - A) = -$ cos. suplem. de A; tang $A = -\operatorname{tang}(180^\circ - A) = -$ tang. suplem. de A; sen $\frac{1}{2} A = \cos \frac{1}{2}(180^\circ - A) = \cos \frac{1}{2}$ suplem. de A, y sen $A = -\operatorname{sen}(180^\circ + A)$

XIV.

Siendo *x* un arco qualquiera; hallar las espresiones siguientes.

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \&c.$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \&c.$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$$

$$\cos x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}$$

y hacer ver que si x es muy pequeño, las dos primeras se reducirán à estotras.

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{6}$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2}$$

XV.

Deducir de la proposicion antecedente que

$$\operatorname{tang} x = \frac{1}{\sqrt{-1}} \times \frac{e^{2x\sqrt{-1}} - 1}{e^{2x\sqrt{-1}}}$$

XVI.

Hallar la equacion de la esfera

$$\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c = 1$$

XVII.

XVII.

Hallar la fórmula

$$d = \frac{\text{sen. part. ady.} \times \text{cos. part. separada}}{\text{radio.}}$$

para hallar la proyeccion ortográfica de un ángulo esférico.

Representando

d la distancia del punto proyectado al exe.

XVIII.

Suponniendo el radio, ò seno total $= r$, y

sen AB $=$ BK $= a$ - - - sen ABC $=$ Nn $= m$

cos AB $=$ GK $= b$ - - - cos ABC $=$ Gn $= n$

sen BC $=$ FX $=$ fX $= c$; sen BAC $=$ Dd $= p$

cos BC $=$ GX $= d$ - - - cos BAC $=$ Gd $= q$

sen AC $=$ LH $=$ lH $= f$; sen ACB $= h = \frac{am}{f}$

cos AC $=$ GH $= g$ - - - cos ACB $= k = \sqrt{\left(\frac{r^2 f^2 - a^2 m^2}{f^2}\right)}$;

hallar los valores siguientes

$$\text{tang AB} = \frac{ar}{b} \text{ - - - - - - - cX} = \frac{cn}{r}$$

$$\text{tang BC} = \frac{cr}{d} \text{ - - - - - - - cf} = c - \frac{cn}{r}$$

$$\text{tang } AC = \frac{fr}{g} \text{ - - - - - - - } cF = c + \frac{cn}{r}$$

$$\text{tang } B = \frac{mr}{n} \text{ - - - - - - - - } cH = \frac{fq}{r}$$

$$\text{tang } A = \frac{pr}{q} \text{ - - - - - - - - } cL = f + \frac{fq}{r}$$

$$\text{tang } C = \frac{hr}{k} \text{ - - - - - - - } cl = f - \frac{fq}{r}$$

XIX.

En todo triángulo esférico los senos de los ángulos tienen unos con otros la misma razon que los senos de los lados opuestos; esto es,

sen BC : sen AC = sen BAC : sen ABC

Si el triángulo esférico fuere rectángulo en A; será

R : sen BC = sen ABC : sen AC

Si fuere rectilíneo obliquángulo, la primera proporcion se convertirá en estotra;

BC : AC = sen BAC : sen ABC

Y si fuere rectilíneo rectángulo, la segunda será

R : sen ABC = BC : AC.

XX.

Hallar las fórmulas

$$\text{tang } B = \frac{R^2 \text{ sen } A}{\text{sen } AB \text{ cot } AC \pm \text{cos } AB \text{ cos } A}$$

$$\text{tang } C = \frac{R^2 \text{ sen } A}{\text{sen } AC \text{ cot } AB \pm \text{cos } AB \text{ cos } A}$$

$$\text{tang } A = \frac{R^2 \text{ sen } C}{\text{sen } AC \text{ cot } BC \pm \text{cos } AC \text{ cos } C}$$

$$\text{sen } BC = \frac{\text{sen } AB \text{ cos } AC}{\text{cos } B} + \frac{\text{cos } AB \text{ cos } A \text{ cos } AC}{R \text{ cos } B}$$

para tener un ángulo qualquiera, y el tercer lado, quando son conocidos dos lados, y el ángulo comprehendido entre ellos; haciendo ver, que si el triángulo esférico fuere rectángulo, la primera será

$$R : \text{sen } AB = \text{tang } B : \text{tang } AC:$$

y que si ademas fuere rectilineo

$$R : \text{tang } B = AB : AC$$

XXI.

Suponiendo lo mismo que en la proposicion antecedente; hallar las fórmulas siguientes:

$$\text{cos } AC = \frac{\pm \text{cos } B \text{ sen } AB \text{ sen } BC + R \text{ cos } AB \text{ cos } AC}{R^2}$$

cos

$$\cos AB = \frac{\pm \cos C \text{ sen } AC \text{ sen } BC + R \cos AC \cos BC}{R^2}$$

$$\cos BC = \frac{\pm \cos A \text{ sen } AB \text{ sen } AC + R \cos AB \cos AC}{R^2}$$

para conocer el tercer lado sin dependencia de los ángulos adyacentes à este lado, haciendo salir de la última en caso de ser el triángulo rectángulo en A,

$$R : \cos AB = \cos AC : \cos BC.$$

XXII.

Deducir de las tres fórmulas de la proposicion antecedente las siguientes:

$$\cos B = \frac{\text{sen } A \text{ sen } C \cos AC}{R^2} \pm \frac{\cos A \cos C}{R}$$

$$\cos C = \frac{\text{sen } A \text{ sen } C \cos AB}{R^2} \pm \frac{\cos A \cos B}{R}$$

$$\cos A = \frac{\text{sen } B \text{ sen } C \cos BC}{R^2} \pm \frac{\cos B \cos C}{R}$$

XXIII.

Deducir de la segunda fórmula de la misma proposicion las siguientes:

$$\text{sen } \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\text{sen } (\frac{1}{2} s - b) \text{ sen } (\frac{1}{2} s - c)}{\text{senb senc}} \right)}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\text{sen } \tfrac{1}{2} s \ \text{sen} \left(\tfrac{1}{2} s - a \right)}{\text{sen} b \ \text{sen} c} \right)}$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\text{sen} \left(\tfrac{1}{2} s - b \right) \text{sen} \left(\tfrac{1}{2} s - c \right)}{\text{sen } \tfrac{1}{2} s \ \text{sen} \left(\tfrac{1}{2} s - a \right)} \right)}$$

$$\cot \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\text{sen } \tfrac{1}{2} s \ \text{sen} \left(\tfrac{1}{2} s - a \right)}{\text{sen} \left(\tfrac{1}{2} s - b \right) \text{sen} \left(\tfrac{1}{2} s - c \right)} \right)}$$

para hallar un ángulo qualquiera de un triángulo esferico, quando son conocidos los tres lados; haciendo ver, que si el triángulo fuere rectilíneo, se convertirán en estotras:

$$\text{sen } \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\left(\tfrac{1}{2} s - b \right) \left(\tfrac{1}{2} s - c \right)}{bc} \right)}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\tfrac{1}{2} s \left(\tfrac{1}{2} s - a \right)}{bc} \right)}$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\left(\tfrac{1}{2} s - b \right) \left(\tfrac{1}{2} s - c \right)}{\tfrac{1}{2} s \left(\tfrac{1}{2} s - a \right)} \right)}$$

$$\cot \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\tfrac{1}{2} s \left(\tfrac{1}{2} s - a \right)}{\left(\tfrac{1}{2} s - b \right) \left(\tfrac{1}{2} s - c \right)} \right)}$$

Representando

b, c los dos lados que forman el ángulo que se busca.

a el lado opuesto à dicho ángulo.

s la suma de los tres lados.

XXIV.

XXIV.

Deducir de las formulas antecedentes las siguientes:

1.

$$\text{sen} A = \frac{2r \sqrt{\text{sen}\frac{1}{2}s\ \text{sen}(\frac{1}{2}s - a)\ \text{sen}(\frac{1}{2}s - b)\ \text{sen}(\frac{1}{2}s - c)}}{\text{senb senc}}$$

para tener un ángulo qualquiera de un triángulo esferico quando son conocidos sus tres lados, por medio del seno del ángulo; de la qual, si el triánglo es rectilíneo sale

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{2}s\ (\frac{1}{2}s - a)\ (\frac{1}{2}s - b)\ (\frac{1}{2}s - c)\right)}$$

2.

$$\cos A = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

para conocer la especie del ángulo que se busca en un triángulo rectilíneo, en que se dan conocidos los tres lados.

Representando

A el ángulo que se busca.

S la superficie del triángulo rectilíneo.

XXV.

Deducir de la penultima proposicion las formulas siguientes.

$$\text{sen}\ \frac{1}{2}\ \text{lado} = r\sqrt{\left(\frac{\cos\frac{1}{2}s'\ \cos(\frac{1}{2}s' - a')}{\text{senb}'\ \text{senc}'}\right)}$$

$$\cos\ \frac{1}{2}\ \text{lado} = r\sqrt{\left(\frac{\cos(\frac{1}{2}s' - b')\ \cos(\frac{1}{2}s' - a')}{\text{senb}'\ \text{senc}'}\right)}$$

tang

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} \text{ lado} = r\sqrt{\left(\frac{\cos \frac{1}{2} s' \cos (\frac{1}{2} s' - a')}{\cos (\frac{1}{2}s' - b') \cos (\frac{1}{2}s' - c')}\right)}$$

para hallar qualquier lado de un triángulo esferico, quando son conocidos sus tres ángulos; y manifestar, que si el triángulo fuere isósceles, la segunda fórmula se convertirá en estotra:

$$\text{Cos } \tfrac{1}{2} \text{ lado} = \frac{r \cos \frac{1}{2} a'}{\text{sen} b'}$$

Expresando

b', c'	los ángulos adyacentes al lado que se busca.
a'	el ángulo opuesto à dicho lado.
s'	la suma de los tres ángulos.

XXVI.

Si en un triángulo esférico se conocen dos ángulos, y un lado adyacente, se tendrán las fórmulas siguientes.

$$\text{tang } A\,C = \frac{R^2 \text{ sen } A\,B}{\cot B \text{ sen } A \mp \cos A\,B \cos A}$$

$$\text{tang } A\,B = \frac{R^2 \text{ sen } A\,C}{\cot C \text{ sen } A \mp \cos A\,C \cos A}$$

$$\text{tang } B\,C = \frac{R^2 \text{ sen } A\,B}{\cot A \text{ sen } B. \mp \cos A\,B \cos B}$$

$$\text{sen } C = \frac{\text{sen } A \cos B}{\cos A\,C} \mp \frac{\cos A\,B \text{ sen } B \cos A}{R \cos A\,C}$$

pa-

para hallar 1.° un lado qualquiera; 2.° el tercer ángulo.

Si el triángulo fuere rectángulo en A, la primera fórmula dará

$$R : \text{sen } AB = \text{tang } B : \text{tang } AC$$

la quarta

$$R : \text{sen } C = \cos AC : \cos B$$

la tercera

$$R : \cos B = \text{tang } BC : \text{tang } AB$$

Finalmente, la primera fórmula dará tambien

$$\cot AC = \frac{\cot B \text{ sen } A}{\text{sen } AB} \mp \cot AB \cos A$$

XXVII.

Hallar las fórmulas

$$\cos B = \frac{\pm \cos AC \times R^2 - \cos AB \cos BC \times R}{\text{sen } AB \text{ sen } BC}$$

$$\cos A = \frac{\pm \cos BC \times R^2 - \cos AC \cos AB \times R}{\text{sen } AC \text{ sen } AB.}$$

$$\cos C = \frac{\pm \cos AB \times R^2 - \cos AC \cos BC \times R}{\text{sen } AC \text{ sen } BC}$$

para tener un ángulo qualquiera de un triángulo esférico obliquángulo, quando se conocen sus tres lados.

XXVIII.

Deducir de las fórmulas antecedentes las siguientes.

$$\cos AB = \frac{\cos B \cos A \times R - \cos C \times R^2}{\text{sen } B \text{ sen } A}$$

$$\cos AC = \frac{\cos A \cos C \times R - \cos B \times R^2}{\text{sen } A \text{ sen } C}$$

$$\cos BC = \frac{\cos B \cos C \times R - \cos A \times R^2}{\text{sen } B \text{ sen } C}$$

para hallar qualquier lado de un triángulo esférico, quando son conocidos los tres ángulos; haciendo ver, que si el triángulo fuere rectángulo, la tercera fórmula dará

$$R : \cot B = \cot C : \cos BC$$

ó, lo que es lo mismo

$$R : \cos BC = \text{tang } B : \cot C$$

XXIX.

Hallar las fórmulas

$$\text{tang } C \frac{a R s}{bR \pm ac}$$

$$\text{tang } B = \frac{b R s}{aR + bc}$$

$$L = \sqrt{\left(a^2 + b^2 \pm \frac{2abc}{R} \right)}$$

para resolver un triángulo rectilíneo obliquángulo, quando

do se conocen un ángulo A, y dos lados que le forman

Sirviendo el signo +, quando el ángulo dado es obtuso, y —, quando es agudo

Y representando

C, B	los ángulos que se buscan.
a, b	sus lados opuestos que forman el ángulo dado.
s, c	el seno, y coseno de dicho ángulo
L	el tercer lado que se busca.
R	el radio de las Tablas.

XXX.

Resolver por medio de la Teórica antecedente qualquier triángulo que se proponga.

COSMOGRAFIA.

Despues de dar unas nociones generales de esta Ciencia, ofrecen

I.

Responder à quanto se les pregunte acerca

Del sistema del Mundo.
Del modo de determinar la posicion de los Cuerpos Celestes.
De los fenómenos que resultan del movimiento giratorio de la Tierra.

II.

Hacer un resumen de lo mas interesante que conduce al conocimiento de las posiciones relativas de los Astros, y de los lugares de la Tierra.

ANALOGIAS DIFERENCIALES.

En los problemas que se resuelven Trigonometría se suponen constantes las seis partes que en todo triángulo se consideran; por consiguiente no salen exâctos los resultados quando alguno de los datos padece algun incremento ò decremento, que es preciso llevar en cuenta. Las analogías que dan el valor de estos incrementos ò decrementos se llaman las *Analogias diferenciales*, que no son otra cosa que una aplicacion del Analisi moderna, ó Cálculo diferencial à la Trigonometría. Es muy notorio el papel que hacen en la Astronomía Física, y las mismas Tablas, y Observaciones Astronómicas manifiestan claramente que sin ellas no se puede dar paso en el verdadero estudio de la Navegacion. Por esta razon nos ha parecido oportuno exponer sus principios, ciñéndonos à las proposiciones fundamentales, y à las que son de indispensable necesidad. Para hacerlo con algun método, distingui-

guimos quatro casos. El primero contiene las variaciones de un triángulo esférico ó rectilíneo, suponiendo un ángulo, y un lado adyacente constantes; en el segundo se ofrecen las mismas, quando se suponen un ángulo, y su lado opuesto constantes; el tercero incluye dichas variaciones, quando dos de los lados del triángulo son constantes; el objeto del quarto es considerarlas en la suposicion de ser dos ángulos constantes.

CASO I.

I.

Si en un triángulo esférico qualquiera BAC se suponen constantes el ángulo A, y el lado adyacente AC; se tendrá siempre esta analogía.

La diferencial del otro lado adyacente al ángulo constante, es à la diferencial del lado opuesto: como el radio, es al coseno del ángulo opuesto al lado constante; esto es,

$$dAB : dBC = R : \cos B$$

II.

Deducir de la proposicion antecedente las fórmulas siguientes.

$$dAB : dBC = \text{sen}\, AB\, \text{sen}\, BC : \cos AC \times R - \cos AB \cos AC$$

$$dAB : dBC = R : \frac{\text{sen}\, A\, \text{sen}\, C \cos AC}{R^2} \pm \frac{\cos A \cos C}{R}$$

haciendo ver que si el ángulo A $= 90^\circ$; será

$$dAB : dBC = R^2 : \cos AC\, \text{sen}\, C$$

$$dAB : dBC = \text{tang}\, BC : \text{tang}\, AB.$$

y

y si el triángulo es rectilineo

$$dAB : dBC = R : \cos B.$$

III.

Suponiendo los mismos datos que en la primera proposicion.

La diferencial del lado variable adyacente al ángulo constante, es à la diferencial del ángulo opuesto à este lado: como el seno del lado opuesto al ángulo constante, es al seno del ángulo opuesto al lado constante, esto es,

$$dAB : dC = \text{sen}\, BC : \text{sen}\, B$$

IV.

Deducir de esta analogía las siguientes.

$$dAB : dC = \text{sen}^2\, BC : \text{sen}\, AC\, \text{sen}\, A$$

$$dAB : dC = \text{sen}\, AC\, \text{sen}\, A : \text{sen}^2\, B$$

$$dAB : dC = \text{sen}\, BC\, \text{sen}\, AB : \text{sen}\, C\, \text{sen}\, AC$$

$$dAB : dC = \text{sen}\, A\, \text{sen}^2\, AB : \text{sen}\, AC\, \text{sen}^2\, C$$

y si el triángulo es rectilineo,

$$dAB : dC = BC : \text{sen}\, B.$$

V.

La diferencial del lado opuesto al ángulo constante, es à la diferencial del ángulo variable adyacente al lado constante: como el seno de este lado multiplicado por el coseno del otro ángulo, es al producto del seno de este mismo ángulo por el radio; esto es,

$$dBC : dC = \text{sen}\, BC \cos B : R\, \text{sen}\, B.$$

VI.

VI.

Deducir de esta analogía estotras

$$dBC : dC = \text{sen } A \text{ sen } AC : \text{tang } B \text{ sen } B$$

$$dBC : dC = \text{sen}^2 BC \cot AC \mp \text{sen} BC \cos B \cos C : R^2 \text{ sen} C$$

y si el triángulo es rectilineo

$$dBC : dC = BC : \text{tang } B$$

VII.

Suponiendo lo mismo que en las proposiciones antecedentes; manifestar que

La diferencial del lado adyacente al ángulo constante, es à la diferencial del ángulo adyacente à este lado; como la tangente del lado opuesto al ángulo constante, es al seno del ángulo opuesto al lado constante; esto es,

$$dAB : dB = \text{tang } BC : \text{sen } B$$

VIII.

Deducir de la analogía antecedente las siguientes

$$dB : dC = \text{sen } BC : \text{tang } BC$$

$$dB : dC = \cos BC : R$$

$$dB : dC = \cos A \times R + \cos B \cos C : \text{sen } B \text{ sen } C$$

$$dB : dC = \cos A \text{ sen } AC \text{ sen } AB + \cos AC \text{ sen } AB \times R : R^2$$

y que si el triángulo es rectilineo, será

$$dB = dC.$$

CASO II.

I.

Suponiendo en el triángulo BAC el ángulo A, y el lado opuesto BC constantes; se tendrá siempre la analogía siguiente.

La diferencial de un ángulo qualquiera, es à la diferencial del lado opuesto: como la tangente de dicho ángulo, es à la tangente del lado opuesto; esto es,

$$dC : dAB = \text{tang}C : \text{tang } AB.$$

ó

$$dB : dAC = \text{tang}B : \text{tang } AC$$

Si el triángulo esférico fuere rectángulo en A; será

$$dC : dAB = R : \text{sen } AC$$

$$dB : dAC = R : \text{sen } AB$$

y si el triángulo fuere rectilineo,

$$dB : dAB = \text{tang } C : AB$$

$$dC : dAC = \text{tang } B : AC$$

II.

Suponiendo lo mismo que en la proposicion antecedente, las variaciones de los lados serán como los cosenos de los ángulos opuestos; y las de los ángulos, como los cosenos de los lados opuestos; esto es,

$$dAB : dAC = \cos C : \cos B$$

y

$$dB : dC = \cos AC : \cos AB$$

III.

III.

Deducir de la proposicion antecedente las analogías siguientes.

$$dAB : dAC = \cos AB \text{ sen } AB \times R - \cos AC \cos BC \text{ sen } AB : \cos AC \text{ sen } AC \times R - \cos AB \cos BC \text{ sen } AC$$

$$dB : dC = R : \frac{\cos B \text{ sen } B \text{ tang } AB}{R^2} + \cos BC$$

$$dAB : dB = R \text{ sen } AB : \text{tang } C \cos AC$$

$$dAC : dC = R \text{ sen } AC : \text{tang } B \cos AB$$

$$dAB : dB = \text{tang } AC \cos C : R \text{ sen } B$$

$$dAC : dC = \text{tang } AB \cos B : R \text{ sen } C$$

transformando la tercera en esta

$$dAB : dB = \text{tang } AC \cos AB - \text{sen } AC \cos BC : \frac{\text{sen } B \text{ sen } AC \text{ sen } BC}{R}$$

y haciendo ver, que si el triángulo fuere rectángulo en A la quarta se convertirá en

$$dAC : dC = 2\text{sen } \tfrac{1}{2} AC : R \cot C$$

y que si el triángulo fuere rectilíneo; será

$$dB = dC.$$

CA-

CASO III.

I.

La variacion de un ángulo comprehendido entre dos lados constantes, es à la variacion de uno qualquiera de los otros dos ángulos : como el producto del seno total por el lado variable, es al producto del lado opuesto à este ángulo por el coseno del otro ángulo adyacente à este mismo lado; esto es,

$$dA : dB = R \text{ sen } BC : \text{sen } AC \cos C$$

ó

$$dA : dC = R \text{ sen } BC : \text{sen } AB \cos B$$

II.

Deducir de las analogías antecedentes las siguientes

$$dA : dB = R \text{ sen } A : \text{sen } B \cos C$$

$$dA : dB = \text{sen } BC \text{ tang } C : \text{sen } AC \text{ sen } C$$

$$dA : dB = \text{sen } A \text{ tang } C : \text{sen } B \text{ sen } C$$

$$dA : dB = \text{sen}^2 BC : \cos AB \times R - \cos AC \cos BC$$

$$dA : dB = \text{sen } AB \text{ sen } A : \text{sen } AC \times \tfrac{1}{2} \text{ sen } 2C$$

$$dA : dB = R^3 : \text{sen}^2 B \cos AB - \text{sen } B \cos B \cot A$$

$$dA : dB = R^3 : \cos AB \times R^2 - \text{sen } AB \cos B \cot BC$$

y

$$dA : dC = R \text{ sen } A : \text{sen } C \cos B$$

$$dA : dC = \text{sen } BC \text{ tang } B : \text{sen } AB \text{ sen } B$$

$$dA : dC = \text{tang } BC \text{ sen } BC : \text{sen } AC \text{ sen } C$$

dA

$$dA : dC = \tang B \sen A : \sen B \sen C$$

$$dA : dC = \sen^2 BC : \cot + AC \times R - \cos AB \cos BC$$

manifestando que si el triángulo fuere rectilineo, será

$$dA : dB = R \times BC : AC \cos C$$

ó

$$dA : dC = R \times BC : AB \cos B$$

III.

La diferencial del ángulo comprehendido entre los dos lados constantes, es à la del lado opuesto: como el quadrado del radio, es al rectángulo del seno de un ángulo qualquiera por el seno del lado que le es adyacente; esto es,

$$dA : dBC = R^2 : \sen C \sen AC$$

ó

$$dA : dBC = R^2 : \sen B \sen AB.$$

IV.

Deducir de la proposicion antecedente las fórmulas siguientes.

$$dA : dBC = R^2 \sen A : \sen BC \sen B \sen C$$

$$dA : dBC = R^2 \sen BC \sen C : \sen^2 AB \sen A \sen B$$

haciendo ver que si el triángulo fuere rectilíneo, será

$$dA : dBC = R^2 : AB \sen B$$

ó

$$dA : dBC = R : P$$

Representando

P la perpendicular baxada del ángulo variable à su lado opuesto.

V.

En el triángulo ACB, cuyo lado BC es de 90°, se tiene, suponiendo AC, y CB constantes,

$$dA = \frac{dBC}{\surd(\text{sen}^2 AC - \cos^2 AB)}$$

ó con expresion mas cómoda

$$dA = \frac{dBC}{\text{sen } AC \text{ sos } M}$$

Siendo
M una cantidad indeterminada.

VI.

La diferencial de un ángulo qualquiera adyacente al lado variable, es à la del mismo lado: como la cotangente del otro ángulo adyacente à este lado, es al seno del mismo lado; esto es,

$$dC : dBC = \cot B : \text{sen } BC$$

ó

$$dB : dBC = \cot C : \text{sen } BC$$

VII.

Deducir de las analogías antecedentes las siguientes

$$dB : dBC = R \cos C : \text{sen } AB \text{ sen } A$$

$$dB : dBC = R^2 : \text{tang } C \text{ sen } BC$$

$$dB : dBC = \cot C \text{ sen } B : \text{sen } AC \text{ sen } A$$

$$dB : dBC = R : \frac{\text{sen } BC \text{ sen } B \times R}{\cot AB \text{ sen } BC - \cos B \cos BC}$$

$dB : dBC = \cot AB \operatorname{sen} BC - \cos B \cos BC : \operatorname{sen} BC \operatorname{sen} B$

$$dB : dBC = \cot AB - \frac{\cos B \cot BC}{R} : \operatorname{sen} B$$

y

$$dB : dC = \cot C : \cot B$$

$$dB : dC = \operatorname{sen} AC \cos C : \operatorname{sen} AB \cos B$$

$$dB : dC = \operatorname{sen} B \cos C : \operatorname{sen} C \cos B$$

haciendo ver que si el triángulo es rectilineo, será

$$dBC : dC = BC : \cot B$$

$$dBC : dC = BC \operatorname{sen} B : R \cos B$$

$$dBC : dC = P : \cos B$$

y

$$dBC : dB = BC : \cot C$$

$$dBC : dB = P : \cos C$$

Expresando
P la altura del triángulo.

VIII.

En el triángulo esférico ABC, donde se suponen constantes los dos lados AB, y AC, y el tercer lado BD de 90°, se tiene esta equacion.

$$dB = \frac{dBC \cos AB}{\sqrt{(\operatorname{sen}^2 AC - \cos^2 AB)}}$$

CASO IV.

I.

Suponiendo dos ángulos B y C constantes en el triángulo esférico *BAC*, la diferencial del lado adyacente à estos ángulos, está con la diferencial de uno qualquiera de los otros dos lados, en razon compuesta de la directa de los senos de los dos ángulos opuestos à estos lados, y de la del radio al coseno del tercer lado; esto es,

$$dBC : dAC = \text{sen } A \times R : \text{sen } B \cos AB$$

y si el triángulo es rectilineo, será

$$dBC : dAC = \text{sen } A : \text{sen } B.$$

II.

La diferencial del lado adyacente à los ángulos constantes, es à la diferencial del ángulo opuesto: como la secante del complemento de un lado qualquiera, es al seno del ángulo constante adyacente à este lado; esto es,

$$dBC : dA = \text{cosec } AB : \text{sen } B.$$

ó

$$dBC : dA = \text{cosec } AC : \text{sen } C.$$

lo qual nada dá à conocer, para el caso de ser el triángulo rectilineo.

III.

La diferencial de un lado qualquiera opuesto à uno de los ángulos constantes es à la diferencial del tércer ángulo: como la cotangente del otro lado, es seno de este mismo ángulo variable; esto es,

dAB

$$dAB : dA = \cot AC : \text{sen } A$$

ó

$$dAC : dA = \cot AB : \text{sen } A;$$

y por consiguiente

$$dAB : dAC = \text{tang } AB : \text{teng } AC$$

de donde resulta para quando el triángulo es rectilíneo, lo mismo que en la proposicion antecedente.

SEC-

SECCIONES CONICAS.

I.

Manifestar el objeto de estas curvas; y explicar algunos términos necesarios para su inteligencia.

II.

Trazar la curva, cuya equacion es

$$y^2 = 2ax - x^2$$

y descubrir algunas de sus propiedades.

III.

Trazar las curvas, cuyas equaciones à las coordenadas son

$$y^2 = ax$$

$$y^2 = x^2 - a^2$$

IV.

Hallar la figura, que ha de tener la curva, cuya equacion es

$$y^2 = \frac{bx^2 + x^3}{a - x},$$

explicar de paso qué son puntos duplos, triplos, &c. y deducir de ella la equacion de la Cisoyde de Diocles

$$y^2 = \frac{x^3}{a - x}$$

V.

Explicar qué son puntos serpentinos, y de retroceso; hacer una division exâcta de las curvas algebráicas ò geométricas, manifestando el número de ellas que contiene cada género, y las diferentes especies en que se distinguen.

VI.

Hallar la equacion del círculo

$$y^2 = a^2 - x^2,$$

contando las abscisas desde el centro, y estotra

$$y^2 - 2ay + a^2 + b^2 - 2bx + x^2 = r^2;$$

señalando à arbitrio el origen de las abscisas en un punto qualquiera

Expresando en la primera

	a	el radio.
y en la segunda	a	la distancia del centro al exe de las abscisas.
	b	la distancia del centro al exe de las ordenadas.
	r	el radio.
y en una y otra		
	x	la abscisa.
	y	la ordenada correspondiente.

VII.

Dar una idea del origen de las Secciones Cónicas.

VIII.

Hallar la equacion general de las Secciones Cónicas

$$y^2 = \frac{\text{sen } A}{\cos^2 \frac{1}{2} B} \left(cx \text{ sen } B - x^2 \text{ sen } (A+B) \right)$$

Re-

Representando

c la parte del lado del cono comprehendida entre el cuspide, y la seccion.

A el ángulo que forma la seccion con el lado del cono.

B el ángulo formado por los dos lados de cono en el cuspide.

x, y las coordenadas.

IX.

Deducir de la equacion antecedente

la de la Parábola

$$y^2 = 4cx \text{ sen}^2 \tfrac{1}{2} B$$

quedando para la Elipse

$$y^2 = \frac{\text{sen } A}{\cos^2 \frac{1}{2} B}\left(cx \text{ sen } B - x^2 \text{ sen } (A+B)\right)$$

la de la Hipérbola

$$y^2 = \frac{\text{sen } A}{\cos^2 \frac{1}{2} B}\left(cx \text{ sen } B + x^2 \text{ sen } (A+B-180^\circ)\right)$$

y la del Círculo

$$y^2 = 2cx \cos A - x^2$$

X.

Transformar las equaciones antecedentes en estotras.

La de la Parábola en

$$y^2 = px$$

la

la de la Elipse en

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax - x^2) = px - \frac{px^2}{2a}$$

la de la Hipérbola en

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax + x^2) = px + \frac{px^2}{2a}$$

y la del Círculo en

$$y^2 = 2ax - x^2.$$

Suponiendo

p	el parámetro en las tres primeras.
$2a$, b	el exe mayor, y el semiexe menor en la segunda, y tercera.

XI.

Si el cono es obliquo, la equacion general de las secciones cónicas será

$$y^2 = \frac{\text{sen } A}{\text{sen } C \text{ sen } D}\left(cx \text{ sen } B - x^2 \text{ sen } (A+B)\right)$$

Representando

A, B, x, y	lo mismo que quando el cono es recto.
C, D	los ángulos en la base del cono.

XII.

Deducir de la equacion antecedente

la de la Parábola

$$y^2 = \frac{cx \text{ sen A sen } B}{\text{sen C sen D}}$$

quedando para la Elipse

$$y^2 = \frac{\text{sen A}}{\text{sen C sen D}} \left(cx \text{ sen } B - x^2 \text{ sen } (A + B) \right)$$

la de la Hipérbola

$$y^2 = \frac{\text{sen A}}{\text{sen C sen D}} \left(cx \text{ sen } B + x^2 \text{ sen } (A + B - 180^\circ) \right)$$

la del Círculo

$$y^2 = \frac{cx \text{ sen } B}{\text{sen D}} - x^2 \text{, ó } y^2 = \frac{cx \text{ sen } B}{\text{sen C}} - x^2;$$

haciendo ver que el cono se puede cortar de dos modos para que la seccion sea un círculo, y que la Hipérbola degenera en un triángulo rectilíneo, quando el plano secante pasa por la punta, ó vértice del cono.

XIII.

Explicar todas las definiciones necesarias para la inteligencia de la Parábola.

XIV.

En la Parábola los quadrados de las ordenadas son como las abscisas; la ordenada al exe es media proporcional entre el parámetro, y la abscisa; dicha curva no puede tener ramo ninguno del lado de las abscisas negativas; y la ordenada que pasa por el focus es la mitad del parámetro.

XV.

Siendo R el radio vector de la parábola, manifestar que

$$R = x + \tfrac{1}{4} p,$$

deduciendo que las chimeneas de figura parábolica, son mejores que las de otra qualquier figura.

XVI.

Hallar en la parábola las expresiones siguientes.

De la subnormal

$$N' = \tfrac{1}{2} p$$

De la normal

$$N = \sqrt{(px + \tfrac{1}{4} p^2)}$$

De la subtangente

$$S = 2x$$

De la tangente

$$T = \sqrt{(px + 4x^2)}$$

XVII.

Hallar la expresion del parámetro del diámetro de la parábola

$$q = p + 4x$$

ó si la obscisa remata en el focus

$$q = q + 4a;$$

deduciendo que dicha línea es una tercera proporcional à la obscisa, y à la tangente correspondientes al origen del diámetro.

XVIII.

Hallar la equacion de la parábola respecto de los diámetros

$$y^2 = qx;$$

XIX.

Dado el exe de una parábola, y su parámetro p; hallar la expresion

$$x = \frac{p}{4} \cot^2 a$$

para tener un diámetro que forme con sus ordenadas un ángulo dado a; y la del parámetro de dicho diámetro

$$q = \frac{p}{\text{sen}^2 a}$$

XX.

Dado el parámetro q de un diámetro de la parábola, el origen de éste, y el ángulo a que forma con sus ordenadas; hallar su parámetro, y la expresion

$$y = \pm \tfrac{1}{4} q \text{ sen } 2a$$

para tener el exe, y su origen.

XXI.

Manifestar que la equacion de la primera parabola cúbica es

$$y^3 = Q^2 x$$

y la de la segunda

$$y^3 = Q x^2$$

Siendo

Q	el parámetro.
x, y	las coordenadas.

XXII.

Explicar todas las definiciones pertenecientes à la elipse, y à la hipérbola; y hallar los parámetros de sus exes, y los productos de las abscisas contadas desde los vértices, ó de los centros.

XXIII.

Manifestar que en la elipse, y en la hipérbola: 1.° el quadrado de la ordenada al primer exe es al producto de sus abscisas, como el quadrado del semiexe menor, es al quadrado del semiexe mayor; y que si sobre el exe mayor de la primera como diámetro se traza un círculo, su ordenada es à la ordenada del círculo, como el semiexe menor al semiexe mayor: 2.° que à cada abscisa corresponden dos ordenadas iguales la una positiva, y la otra negativa; que estas curvas pasan por los extremos de sus exes mayores, sin que puedan pasar de ellos: 4.° que las dos no son mas que una parábola, cuyo exe mayor es infinito: 5.° que si los exes son iguales, la una es un círculo, y la otra se hace equilátera.

XXIV.

Hallar la equacion

$$x^2 = \frac{a^2}{b^2}(b^2 \pm y^2)$$

de la elipse, y de la hipérbola respecto de sus exes menores; y hacer ver: 1.° que el quadrado de una ordenada es al producto de las abscisas, como el quadrado del semiexe mayor, es al quadrado del semiexe menor: 2.° que à cada abscisa corresponden dos ordenadas iguales, la una positiva, y la otra negativa; que de estas curvas la 1.ª pasa por los extremos del exe menor, sin que pueda pasar de ellos: 4.° que la equacion respecto del parámetro q de los exes menores, es

$$x^2 = \frac{qb}{2} \pm \frac{qy^2}{2b}$$

5.° que siendo en las dos la excentricidad $= c$, será en la primera

$$b^2 = a^2 - c^2,$$

en la segunda

$$b^2 = c^2 - a^2,$$

y en una y otra

$$2y = P,$$

siempre que las ordenadas pasen por sus focus.

XXV.

Representando R, r los radios vectores de la elipse, y de la hipérbola; manifestar, que en aquella es

$$R = a + \frac{cx}{a}$$

$$r = a - \frac{cx}{a}$$

y en esta

$$R = \frac{cx}{a} + a$$

$$r = \frac{cx}{a} - a$$

XXVI.

La subnormal de la elipse es

$$N = \frac{px}{2a} = \tfrac{1}{2}p - \frac{pz}{2a}$$

y la de la hipérbola

$$N = \frac{px}{2a} = \tfrac{1}{2}p + \frac{pz}{2a}$$

Expresando en las dos
N la subnormal.
x la abscisa contada del centro.
z la misma contada desde el vértice.

XXVII.

Siendo S la subtangente de la elipse, y de la hipérbola; manifestar, que en la primera es

$$S = \frac{a^2 - x^2}{x}$$

y en la segunda

$$S = \frac{x^2 - a^2}{x}$$

XXVIII.

Explicar las definiciones de la Elipse, y de la Hyperbola comparadas con sus diámetros; y hallar los parámetros de éstos.

XXIX.

Hallar la equacion de la Elipse respecto de sus diámetros

$$y = \pm \frac{n}{m} \sqrt{(m^2 - x^2)}$$

de-

deduciendo que las propiedades de estos son las mismas que las de los exes.

Y representando

m	el diámetro
n	su conjugado
x , y	las coordenadas.

XXX.

Los triángulos formados por los semidiámetros, y las coordenadas al exe tomadas à una y à otra parte del exe menor de la Elipse, son iguales en superficie; y por consiguiente

$$u^2 + u'^2 = b^2$$

$$x^2 + x'^2 = a^2$$

$$a^2 + b^2 = m^2 + n^2$$

$$S = \frac{1}{2} ab$$

$$P = 2a \times 2b$$

Expresando

u , u′	las ordenadas al exe
x , x′	las abscisas correspondientes
S	la superficie del triángulo formado por los semidiámetros, y la recta tirada por sus extremos.
P	qualquier paralelogramo circunscripto à la Elipse.

XXXI.

Manifestar 1.° que la superficie del paralelogramo formado por los semidiámetros de la Elipse es

$$S = ab = mn \text{ sen } p.$$

2.° que

$$m = \pm \sqrt{\frac{1}{2} (a^2 + b^2)}$$

$$y \qquad \text{senp} = \frac{2ab}{a^2+b^2};$$

esto es, que cada Elipse debe tener dos diámetros conjugados iguales.

3.° que para determinar la posicion de estos en todas las Elipses que tengan un exe comun, debe ser

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Representando

S la superficie del paralelógramo

p el ángulo formado por los diámetros en el centro de la Elipse.

XXXII.

Dados los dos semiexes a i b de la Elipse; hallar las expresiones de los semidiámetros

$$m = \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(a^2+b^2+\frac{2ab}{\text{senp}}\right)} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(a^2+b^2-\frac{2ab}{\text{senp}}\right)}$$

$$n = \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(a^2+b^2+\frac{2ab}{\text{senp}}\right)} - \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(a^2+b^2-\frac{2ab}{\text{senp}}\right)};$$

y asimismo la formula

$$\text{tang } c = \frac{a^2 - m^2}{a^2} \text{ tang } p$$

par determinar la direccion de uno de ellos.

Siendo ahora

c el ángulo que forma dicho semidiámetro con el exe mayor de la Elipse.

XXXIII.

Dados los dos semidiámetros m i n de una Elipse; hallar las expresiones de los semiexes

$$a = \tfrac{1}{2}\sqrt{(m^2 + n^2 + 2mn \operatorname{sen} p)} + \tfrac{1}{2}\sqrt{(m^2 + n^2 - 2mn \operatorname{sen} p)}$$

$$b = \tfrac{1}{2}\sqrt{(m^2 + n^2 + 2mn \operatorname{sen} p)} - \tfrac{1}{2}\sqrt{(m^2 + n^2 - 2mn \operatorname{sen} p)}$$

y su direccion.

XXXIV.

Hallar la expresion del cateto asymptotico

$$T = b\sqrt{\left(\frac{x-a}{x+a}\right)};$$

determinar por ella las asymptotas de la hyperbola; y hacer ver, que si esta es equilatera, el ángulo que forman aquellas, será recto.

Siendo

T el cateto asymptotico.

XXXV.

En la hyperbola el rectángulo de las ordenadas à las asymptotas paralelamente al exe es igual al quadrado del segundo exe; por consiguiente la hyperbola se va acercando continuamente à la asymptota; pero jamás la puede encontrar.

XXXVI.

Hallar la equacion de la hypérbola entre sus asymptotas

$$xy = m^2,$$

y hacer ver que

$$m^2 = \tfrac{1}{4}(a^2 + b^2)$$

Sien-

Siendo

y una ordenada qualquiera à una asymptota, y paralela à la otra asymptota.

x su abscisa.

m^2 la potencia de la hypérbola.

XXXVII.

Manifestar que los productos de las líneas tiradas desde un punto qualquiera de la hypérbola paralelamente à la tangente, son iguales entre sí, y al quadrado de la tangente; deduciendo que las partes comprehendidas entre cada asymptota y la hypérbola, son iguales; y asimismo un método para tirar una tangente à un punto dado de dicha curva, y otro para trazarla entre dos asymptotas, de modo que pase por él.

XXXVIII.

La equacion à las coordenadas del primer diámetro de la hypérbola, es

$$y^2 = \frac{n^2}{m^2}(x^2 - m^2),$$

y la de las coordenadas al segundo

$$y^2 = \frac{m^2}{n^2}(x^2 + n^2)$$

XXXIX.

En la hypérbola el triángulo formado por el primer semidiámetro, y las coordenadas al exe, es igual al triángulo que forma el segundo semidiámetro con la perpendicular bajada de su extremo al exe, y la parte de este comprehendida entre dicha perpendicular, y el centro; por consiguiente

$$\therefore S = \tfrac{1}{2} ab$$

$$u^2 - u'^2 = b^2$$

$$x^2 - x'^2 = a^2$$

$$a^2 - b^2 = m^2 - n^2$$

y si la hipérbola es equilátera

$$m = n$$

Expresando

S la superficie del triángulo formado por los semidiámetros, y la recta tirada por sus extremos.

u, u' las perpendiculares de los extremos de los diámetros al exe.

x, x' las partes del exe, que las corresponden.

XL.

Siendo p el ángulo formado por los dos diámetros conjugados de la hipérbola; manifestar que

$$ab = mn \operatorname{sen} p$$

XLI.

Dados los dos semiexes a y b de una hypérbola; hallar las expresiones de los dos semidiámetros conjugados que forman un ángulo dado p.

$$m = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}(a^2 - b^2) + \sqrt{\left(\frac{(a^2-b^2)^2}{4} + \frac{a^2b^2}{\operatorname{sen}^2 p}\right)}\right)}$$

$$n = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}(b^2 - a^2) + \sqrt{\left(\frac{(a^2-b^2)^2}{4} + \frac{a^2b^2}{\operatorname{sen}^2 p}\right)}\right)}$$

é igualmente

$$\tang c = \frac{b^2}{b^2+m^2} \cot p$$

para determinar la direccion de uno de ellos.

Representando

c el ángulo que forma dicho semidiámetro con el exe mayor de la hypérbola.

XLII.

Dados los semidiámetros conjugados m y n de una hypérbola, y el ángulo p, que forma el uno con el otro; hallar las expresiones de los dos semiexes

$$a=\sqrt{\left(\tfrac{1}{2}(m^2-n^2)+\tfrac{1}{2}\sqrt{\left((m^2+n^2)^2-4m^2n^2\cos^2 p\right)}\right)}$$

$$b=\sqrt{\left(\tfrac{1}{2}(n^2-m^2)+\tfrac{1}{2}\sqrt{\left((m^2-n^2)^2+4m^2n^2\operatorname{sen}^2 p\right)}\right)}$$

y su direccion.

XLIII.

La equacion general polar de las tres secciones cónicas respecto del focus, quando el origen del ángulo de travesía está en el Apside inferior, es

$$2R\left(\frac{E}{a}\cos Z+1\right)-P=0$$

Y si el origen de dicho ángulo se traslada à un punto qualquiera de la curva

$$2R\left(\frac{E}{a}\cos(Z'+b)+1\right)-P=0$$

Ex-

Expresando
- a el semiexe mayor de la seccion cónica.
- E la excentricidad.
- P el parámetro del exe mayor
- R el radio vector.
- Z el ángulo que forma éste con el exe mayor.
- 1 el seno total.
- b el ángulo formado por la recta correspondiente al nuevo origen, y el exe mayor de la seccion.
- Z′ el ángulo de travesia contado de dicho origen.

XLIV.

Deducir de la proposicion antecedente las fórmulas siguientes.

Para la Elipse

$$D(a+E)-\frac{aP}{2}=0 \;\; --- \;\; D'(a-E)-\frac{aP}{2}=0$$

$$D^2-2aD+\frac{aP}{2}=0 \;\; --- \;\; D'^2-2aD'+\frac{aP}{2}=0$$

$$D^2+2ED-\frac{aP}{2}=0 \;\; -- \;\; D'^2-2ED'-\frac{aP}{2}=0$$

Para la hypérbola

$$D(E+a)-\frac{aP}{2}=0$$

D=

$$D^2 + 2aD - \frac{aP}{2} = 0$$

$$D'^2 - 2DE + \frac{aP}{2} = 0$$

Para la parábola

$$R(\cos Z + 1) - \frac{P}{2} = 0$$

Representando
D la distancia del focus al Apside inferior.
D′ la distancia del focus al Apside superior.

XLV.

Deducir de la misma proposicion que la equacion de la orbita de la Tierra, contando el ángulo Z desde el Perhielio, es

$$2R(0,01680 \cos Z + 1) - 1,99944 = 0;$$

Y si el ángulo Z′ se cuenta desde el paso de la Tierra por el nudo ascendiente de la orbita de Saturno

$$2R(0,01680 \cos(Z' + 12^\circ\ 39'\ 1'') + 1) - 1,99944 = 0$$

CALCULO INTEGRAL.

I.

Dar idea del obgeto del Cálculo integral; deducir la regla fundamental de integrar

$$S x^{m} dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C,$$

en la qual C es la constante, que, segun las circunstancias de la question, debe completar la integral, y aplicarla à la integracion de las diferenciales fraccionarias, en cuyo denominador no haya mas que constantes, ó alguna variable; haciendo ver que

$$S \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)}} \text{Ang. sen} x = \tfrac{1}{2} \text{Ang.}^2 \text{sen} x + C;$$

$$S \frac{dx}{x} lx = \tfrac{1}{2} l^2 x + C.$$

II.

Completar las integrales que dá el Cálculo.

III.

Dar el método de integrar las cantidades que llevan senos, y cosenos; haciendo ver que

$$S \frac{dx}{1+\cos x} = \text{tang } \tfrac{1}{2}x; \quad S\, dy \cos ny = \frac{1}{n} \text{sen } ny;$$

$$S\, dy \operatorname{sen} ny = -\frac{1}{n} \cos ny$$

$$S\, dy \operatorname{sen} y \cos ay = -\frac{1}{2(a+1)} \cos (a+1)\, y + \frac{1}{2(a-1)}$$

$\cos (a-1)\, y$.

IV.

Integrar las diferenciales logaritmicas, y exponenciales; manifestando que

$$S \frac{dx}{\cos x} = L \operatorname{tang} (45^\circ + \tfrac{1}{2} x)\,;\quad S\, a^{x} dx = \frac{1}{La} a^{x}\,;$$

$$S \frac{2dx}{g - bx^2} = \frac{1}{\sqrt{bg}} L \left(\frac{\sqrt{g} + x\sqrt{b}}{\sqrt{g} - x\sqrt{b}} \right)$$

V.

Hallar la fórmula

$$S\, X\, dx\, lx = lx\;\; S\, X\, dx - S\, z \frac{dx}{x}$$

Siendo

X una funcion qualquiera de x

z una cantidad, cuya diferencial es Xdx.

VI.

Hallar por medio de la fórmula antecedente que

$$S\, x^{n} dx\, lx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \left(lx - \frac{1}{n+1} \right)$$

VII.

Dada la equacion diferencial

$$gdt = \frac{-b^2du}{b^2+u^2};$$

hallar la integral

$$\text{tang}\frac{gt}{b} = \frac{bV - bu}{b^2 + Vu}$$

VIII.

Dar el método de integrar las diferenciales, que se refieren al círculo; haciendo ver que

$$S\frac{-dx}{\sqrt{(bx - x^2)}} = \text{Arc. cos}\frac{2x - b}{b}$$

$$S\frac{(A+Bu)du}{a^2+b^2u^2} = \frac{A}{ab}\text{Arc tang}\frac{bu}{a} + \frac{B}{b^2}L\left(\frac{\sqrt{(a^2+b^2u^2)}}{a}\right)$$

$$S\frac{(A+Bu)du}{a^2-2a\,bu\cos Z + b^2u^2} = \frac{AB + Ba\cos Z}{ab^2\operatorname{sen} Z} \times$$

$$\text{Arc tang}\frac{bu\operatorname{sen}Z}{a-bu\cos Z} + \frac{B}{b^2}L\left(\frac{\sqrt{(a^2-2a\,bu\cos Z+b^2u^2)}}{a}\right)$$

$$S\frac{2dx}{a+b+(a-b)x^2} = \frac{2}{\sqrt{(a^2-b^2)}}\text{Arc tang}\frac{(a-b)x}{\sqrt{(a^2-b^2)}} = \ldots$$

$$\frac{1}{\sqrt{(a^2-b^2)}}\text{Arc tang}\frac{2x\sqrt{(a^2-b^2)}}{a+b-(a-b)x^2}$$

$$S\frac{(A+Bu)\,du}{f^2-(g-h)u+u^2}=\frac{A+\frac{1}{2}B(g-h)}{f^2-\frac{1}{4}(g-h)^2}\Big(\text{Arc tang}\,(u-..$$

$$\frac{1}{2}(g-h))-\text{Arc tang}\,(V-\frac{1}{2}(g-h))\Big)+\frac{1}{2}B\times..$$

$$L\left(\frac{f^2-(g-h)u+u^2}{f^2-(g-h)V+V^2}\right)$$

IX.

Dada la equacion diferencial

$$dt=\frac{M\,R\,dx}{\pm\left(R^2-\left(\frac{x-(aB-bA)}{QD\,(A+B)}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}};$$

hallar las integrales

$$t=M\left(\text{Arc sen}\,\frac{aB-bA}{RDQ\,(A+B)}+\text{Arc sen}\,\left(\frac{x}{R}-\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{aB-bA}{RDQ\,(A+B)}\right)\right)$$

$$t=M\left(C+\text{Arc sen}\,\frac{aB-bA}{RDQ\,(A+B)}-\text{Arc sen}\,\left(\frac{x}{R}-\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{aB-bA}{RDQ\,(A+B)}\right)\right)$$

 Sien-

Siendo

C la semicircunferencia de un círculo, cuyo radio es la unidad.

X.

Hallar la famosa fórmula

$$S\frac{x^{m+1}}{\sqrt{(1-x^2)}} = \frac{-x^m\sqrt{(1-x^2)}}{m+1} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{m}{m+1} S\frac{x^{m-1}dx}{\sqrt{(1-x^2)}}$$

Siendo

m un número entero positivo qualquiera

XI

Hallar por medio de la fórmula antecedente las integrales siguientes

$$S\frac{x^2 dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = -\tfrac{1}{2}x\sqrt{(1-x^2)} + \tfrac{1}{2}\text{ Arc sen } x$$

$$S\frac{x^3 dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = -\left(\tfrac{1}{3}x^2 + \tfrac{2}{3}\right)\sqrt{(1-x^2)}$$

XII.

Suponiendo que $a + b x^2 = z$, y un número impar qualquiera $m = 2p + 1$, siendo p número entero; manifestar que

$$S\frac{x^m dx}{(a+bx^2)^n} = \frac{1}{b^{p+1}} S\frac{(z-a)^p \times \tfrac{1}{2}dz}{z^n}$$

XIII.

Hallar por medio de la fórmula antecedente que

$$S \frac{x^3\, dx}{(x^2 \pm 1)^2} = \frac{1}{2} L(x^2 \pm 1) \pm \frac{1}{2(x^2 \pm 1)}$$

XIV.

Siendo N el número de grados de un ángulo conocido qualquiera, Z la longitud del arco que le mide, R el radio con el qual es trazado este arco; manifestar que

$$Z \times 57,2957_{6}\ \&c. = N \times R$$

$$\frac{Z}{0,01745\ \&c.} = N \times R$$

APLI-

APLICACION DEL CALCULO INTEGRAL

A LA

GEOMETRIA SUBLIME.

I.

La expresion general de la superficie de una curva, quando las coordenadas son orthogonales, es

$$A = S\, ydx + C$$

Si las ordenadas, bien que paralelas unas à otras, forman con las abscisas un ángulo Q, será

$$A = \text{sen}\, Q\, S\, ydx + C$$

Y si las ordenadas salen todas de un centro comun

$$A = \tfrac{1}{2}\, S\, ydx + C$$

Suponiendo
A la area, ó superficie.

II.

El espacio parabólico contado desde el origen, es

$$A = \tfrac{2}{3}\, xy$$

Y el comprehendido dos ordenadas paralelas

$$A = \tfrac{2}{3}\, y\, (x - e)$$

Siendo
e, x las distancias de las ordenadas al vértice.

III.

III.

La area de una porcion de quadrante de círculo correspondiente à la abscisa x contada desde el centro, es

$$A = ax - \frac{x^3}{6a} - \frac{x^5}{40a^3} - \&c.$$

y la de la Elipse

$$A = \frac{b}{a} \left(ax - \frac{x^3}{6a} - \frac{x^5}{40\, a^3} - \&c. \right);$$

por consiguiente, la de todo el círculo

$$A = 3,14\, a^2 = 4\, S\, db \sqrt{(a^2 - \text{tang}^2 b)}$$

y la de toda la Elipse

$$A = 3,14\, ab$$

IV.

Hallar la expresion del sector hyperbólico

$$A = \frac{ab}{2} L \left(\frac{x + \sqrt{(x^2 - a^2)}}{a} \right)$$

y la del espacio hyperbólico

$$A = \frac{bx \sqrt{(x^2 - a^2)}}{2a} - \frac{ab}{2} L \left(\frac{x + \sqrt{(x^2 a^2)}}{a} \right)$$

V.

V.

Siendo 1 la potencia de la hypérbola equilatera entre sus asymptotas; manifestar que el espacio hyperbólico contado desde el origen, es

$$A = L\,x$$

y el comprehendido entre dos ordenadas distantes de él las cantidades a, y x

$$A = L\,\frac{x}{a}$$

VI.

La area logaritmica correspondiente à la abscisa x, es

$$A = a\,(y - b)$$

Siendo

a la subtangente

b la ordenada en el origen de las abscisas

VII.

Hallar el espacio cycloidal

$$A = \frac{3}{4}\,a\,C$$

Siendo

C la semicircunferencia del círculo generador

a su diámetro.

VIII.

La fórmula general para la rectificacion de las curvas quando las ordenadas forman con las abscisas ángulo recto, es

$$Z = S\sqrt{(dx^2 + dy^2)} + C$$

y, si forman con ellas un ángulo qualquiera Q,

$$Z = S\sqrt{\left(dx^2 + dy^2 \pm \frac{2\cos Q}{r}\,dx\,dy\right)} + C$$

Siendo

Z	la longitud del arco
+	para quando el ángulo es obtuso
—	para quando fuere agudo.

IX.

La longitud de un arco qualquiera de la segunda parábola cubica contado desde el origen, es

$$S = \frac{8a}{27}\left(\left(1 + \frac{9y}{4a}\right)^{\frac{3}{2}} - 1\right)$$

X.

La longitud de un arco de círculo correspondiente à la abscisa x, es

$$Z = x + \tfrac{1}{2} \times \frac{x^3}{3a^2} + \frac{1\times3}{2\times4} \times \frac{x^5}{5a^4} + \&c.$$

y por consiguiente, la circunferencia

$$C = 3,14\ \&c.\ a$$

XI.

La longitud de un arco de parabola vulgar, es

$$Z = \frac{y}{p}\sqrt{\left(y^2 + \tfrac{1}{4}p^2\right)} + \tfrac{1}{4}\,p\,L\left(\frac{y + \sqrt{\left(y^2 + \tfrac{1}{4}p^2\right)}}{\tfrac{1}{2}p}\right)$$

XII.

La longitud de un arco eliptico, es

$$Z = x + \frac{1-m}{6a^2} x^3 + \frac{3 - 2m - m^2}{40\ a^4} x^5 + \&c.$$

Siendo

c el semiexe menor

a el semiexe mayor

m una cantidad $= \frac{a^2 - c^2}{a^2}$

XIII.

La expresion de un arco qualquiera de hipérbola, es

$$Z = x - \frac{1 - m}{6a^2} + \frac{3 - 2m - m^2}{40\ a^4} - \&c.$$

Siendo

a un primer semidiámetro

c la mitad de su conjugado

XIV.

Hallar la expresion general de un arco de Cycloide

$$Z = 2 \sqrt{a} \sqrt{(a + (x - e) \cos s - y \operatorname{sen} s)};$$

haciendo ver que si e es paralela à a, será

$$Z = 2 \sqrt{a} \sqrt{(a + x - e)},$$

si sale del vértice de la Cycloide,

$$Z = 2 \sqrt{a} \sqrt{(x \cos s - y \operatorname{sen} s)}$$

y,

y, si en este caso es $s = o$,

$$Z = 2 \sqrt{a x}$$

Expresando

a el diámetro del círculo generador.

e una recta tirada desde un punto de la Cycloide à la base.

s el ángulo que forman las prolongaciones de estas líneas.

x, y las coordenadas relativas à dicha línea.

XV.

Hallar la fórmula

$$Z' = C + S c y^2 d x$$

para tener la solidez de un sólido qualquiera de revolucion.

Siendo

Z' la solidez.

XVI.

La porcion de paraboloide comprehendida entre dos planos paralelos, que están respectivamente à las distancias x y e del vértice, es

$$Z' = \tfrac{1}{2} ca (x^2 - e^2),$$

y la de todo el paraboloide

$$Z' = cax \times \tfrac{1}{2} x$$

XVII.

La expresion de una rebanada de Elipsoide prolongado comprehendida entre dos planos paralelos perpendiculares al exe, entre los quales hay la distancia $x - e$, es

$$Z' = \frac{b^2 c}{a^2} \left(a \left(x^2 - e^2 \right) - \tfrac{1}{3} \left(x^3 - e^3 \right) \right)$$

y, si el Elipsoide es aplanado.

$$Z' = \frac{a^2 c}{b^2} \left(b \left(u^2 - e^2 \right) - \tfrac{1}{3} \left(u^3 - e^3 \right) \right);$$

por consiguiente, la solidez de todo el Elipsoide será

$$Z' = \tfrac{4}{3} a^2 b c$$

Siendo
u la abscisa tomada sobre el exe menor.

XVIII.

La expresion de la solidez de un segmento de hyperboloide comprehendido entre dos planos distantes del vértice las cantidades e, y x, es

$$Z' = \frac{b^2 c}{a^2} \left(a \left(x^2 - e^2 \right) + \tfrac{1}{3} \left(x^3 - e^3 \right) \right),$$

la de todo el hyperboloide

$$Z' = \frac{c b^2 x^2}{a^2} \left(a + \tfrac{1}{3} x \right)$$

y, quando $x = a$

$$Z' = \tfrac{4}{3} c b^2 a.$$

XLI.

La fórmula general para hallar las superficies de los sólidos de revolucion, es

$$Z'' = 2cS\,y\sqrt{(dx^2 + dy^2)} + C$$

ó

$$Z'' = 2cS\,n\,dx + C$$

Expresando

n la normal de la curva generatriz.

Z'' la superficie.

XX.

Manifestar que la expresion de la superficie de un paraboloide, es

$$Z'' = \frac{P(a^2 + 4y^2)^{\frac{3}{2}}}{6a} - \frac{pa^2}{6}$$

Siendo

p la razon entre la circunferencia, y el diámetro.

XXI.

La superficie de una Zona de Elipsoide prolongado, es

$$Z'' = \frac{2pbc}{a^2} \times (\text{ trapezio correp. de un quadrante}$$

de círculo, cuyo radio, es $\frac{a^2}{b}$)

y, si es aplanado,

$$Z'' = \frac{pcx}{m}\sqrt{(m^2 + x^2)} + pcmL\left(\frac{x + \sqrt{(m^2 + x^2)}}{m}\right)$$

Siendo

m una cantidad $= \frac{a^2}{b}$

b en el primer caso $\sqrt{(a^2 - a^2)}$; y en el segundo $\sqrt{(c^2 - a^2)}$

XXII.

XXII.

Hallar la superficie de un conoide hyperbólico

$$Z'' = \frac{p.c\,x}{m} \sqrt{(x^2 - m^2)} - pc^2 - pcm\,L\left(\frac{x + \sqrt{(x^2 - m^2)}}{a + \frac{cm}{a}}\right)$$

Suponiendo

$$m^2 = \frac{a^4}{a^2 + c^2}$$

Y expresando

a el primer exe de la hypérbola generatriz.

c su conjugado.

x la distancia entre la ordenada, y el centro de la curva.

NAVEGACION.

Navegacion es el Arte que enseña à dirigir y llevar las Naves de unos parages à otros sobre la superficie de las aguas. La misma definicion dá bastante à conocer que para el mayor acierto en este manejo de tanta importancia se necesitan principios de Teórica nada comunes, y que solo penetran aquellos, cuyas luces en las Matemáticas son suficientes para darles el conocimiento. Los que hemos expuesto hasta aqui son los que nos han parecido indispensables para tratar esta Ciencia, segun el estado en que se halla en el dia, y asegurar del mejor modo posible la instruccion de los Caballeros Porcionistas de este Real Colegio que aspiran à formarse Oficiales de Marina tan completos, como el Rey desea. Dividese la Navegacion en Astronómica, y de Estima. Aquella es la que verdaderamente dirige las Embarcaciones; y ésta la que solo llena los intermedios, que dexan las oportunidades de practicar las observaciones. Para esto sirve el conocimiento de varios instrumentos, y métodos que se suelen observar en la práctica de las operaciones, y sobre todo la verdadera Teórica, que, como base, produce el modo de establecerlos, segun se puede echar de ver por lo que acerca de este asunto vamos à proponer en los problemas siguientes.

NAVEGACION DE ESTIMA.

I.

Dar una idea general de la Navegacion.

II.

Explicar la Aguja Náutica, ó de Marear, su construccion, y el rumbo que sigue la Nave.

III.

Explicar la Variacion de la Aguja Náutica.

IV.

Hallar la Variacion de la Aguja; 1° por la Amplitud de los Astros; 2° quando el Sol, ú otro Astro corta el vertical primario; 3° por los azimuthes en qualquier altura de los Astros.

V.

Dar las reglas generales que deben observarse para conocer la especie de la Variacion de la Aguja Náutica, y practicarlas en los exemplos siguientes.

1.°

Estando en la Mar à 37° 37′ de latitud Sur, un dia en que la declinacion del Sol era de 18° Sur, se observó el ponerse de este Astro, quando su centro estaba en el horizonte racional; y se halló que correspondia à 21° 50′ del Oeste de la Aguja hácia el Norte; manifestar que la Variacion era de 30° 57′ NO.

2.°

Siendo la declinacion del Sol N de 17° 30′, se observó su nacer à 6° 4′ del Este de la Aguja hácia el S; hallar que la Variacion era de 41° 10′ NO.

VI.

Explicar la regla general para corregir los rumbos ya hechos de la Variacion; haciendo ver su práctica en los exemplos siguientes.

1.°

Siendo la Variacion de la Aguja NO de 13°, se ha navegado por los rumbos

NE

NE $\frac{1}{4}$E 3° N

ENE 5° E

O $\frac{1}{4}$ SO 3° S

&c. ;

manifestar que los rumbos verdaderos son

NE 4° 45′ N

NE $\frac{1}{4}$E 3° 15′ E

OSO 4° 45′ S

&c.

2.°

Siendo la Variacion de la Aguja NE de 27° , se ha navegado por los rumbos

N $\frac{1}{4}$ NO 3° N

NO $\frac{1}{4}$O 2° O

O $\frac{1}{4}$ SO 5° S

&c. ;

manifestar que los rumbos verdaderos son

NNE 3° 45′ N

NO $\frac{1}{4}$ N 2° 30′ N

O $\frac{1}{4}$ NO 0° 30′ O

&c.

VII.

Manifestar la regla que debe practicarse, quando se quiere que el Navio siga un rumbo determinado; y aclararla con los exemplos siguientes.

1.°

Siendo la Variacion de la Aguja de 24° NE; manifestar que se ha de gobernar al ESE 3° 30′SE, para que el rumbo verdadero sea el SE 5° S.

2.°

Se ha visto en una Carta que el rumbo que se ha de seguir para ir à un puerto, es el O¼SO 3°S, pero la Variacion es de 15°NO; manifestar que el rumbo à que se ha de gobernar es el O 0° 45′N.

VIII.

Explicar qué es Abatimiento, ó Deriva, el modo de hallarla, y corregir un rumbo ya hecho de sus efectos; haciendo ver la práctica en los exemplos siguientes.

Vientos..........	Rumbos de la.. Aguja.	Deriva......	Rumb. corr.....
NNE............	N¼N 3°O.....	19°..........	NO¼O 0° 30′N
NNO............	O¼NO 5°N...	21°..........	O 4° 45′ S......
SSE..............	E¼SE 3°E....	25°..........	ENE 5° 45′E..
&c.	&c.	&c.	&c.

IX.

Manifestar la regla que se ha de observar, quando teniendo el rumbo verdadero, se quiere saber el que ha de señalar la Aguja para hacer un viage, concurriendo las mismas circunstancias que en la proposicion antecedente; y aclararla con los exemplos siguientes.

1.°

1.°

Se ha visto en una Carta que para ir à un puerto es preciso gobernar al NO ¼O 4° O ; pero los vientos vienen del NNE ; manifestar que el rumbo à que se ha de gobernar , suponiendo la Deriva de 8° , es el NO ¼O 4° N.

2.°

Es preciso seguir el rumbo del SE 3°E ; pero las circunstancias piden que para esto se pongan las Amuras à Basbord , de lo qual provienen 11° de Abatimiento ; manifestar que el rumbo à que se ha de gobernar , es el SE ¼E 2° 45′ E.

X.

Corregir los rumbos ya hechos de la Variacion y del Abatimiento ; haciendo ver la práctica de este método en los exemplos siguientes.

1.°

Variacion NO 17°

Vientos.........	Rumbos de la.. Aguja.	Abatim.....	Rumb. corr......
NNO............	O 3° N........	17°..........	SO¼O 2° 45′ O
OSO.............	N¼O 4°N......	19°.........	NO¼O 6° N....
NE...............	N¼NO 4°N....	15°..........	NO¼N 5°30′ O
&c.	&c.	&c.	&c.

2.°

Variacion NE 13°

NNE............	E 3° N.......	14°..........	ESE 1° 30′ S..
OSO....	S¼SO 3°O.....	14°.........	S¼ SO 2° O....
O.................	NO¼N 4°N....	15°.........	N 1° 45′ O.....
&c.	&c.	&c.	&c.

 XI.

XI.

Manifestar lo que debe practicarse en semejantes casos, quando, sabiendose el rumbo verdadero à que se ha de navegar, se pidiere el de la Aguja à que se ha de gobernar; resolviendo la qüestion siguiente.

Sabiendose que el rumbo que se ha de seguir para ir à un puerto, es el SO $\frac{1}{4}$O 4° S, sirviendose de una Aguja que varía 17° NO, y viniendo los vientos de la parte del NO, que causan un Abatimiento de 10°; manifestar que se ha de gobernar al O $\frac{1}{4}$ SO 0° 30′ O.

XII.

Explicar la Corredera antigua, y el pendulo con que se ha de verificar en tierra la medida de la Ampolleta, indicando las ventajas que resultarían de substituir en su lugar la inventada por Mr. Bouguer; hallar la formula

$$x = \frac{3600 \times n}{t};$$

y deducir de ella 1° que para las divisiones del cordel, siendo la Ampolleta de 30″ debe ser

$$n = 55,42 \text{ Pies de Burgos.}$$

2.° Si la Corredera no es exâcta, pero sí la Ampolleta que se emplea,

$$x = \frac{n}{55,42} \text{ millas.}$$

3.° Si la Ampolleta ha variado, y las divisiones de la Corredera continuan las mismas,

$$x = \frac{30}{t} \text{ millas.}$$

4.°

4.° Y si la Ampolleta, y las divisiones están desarregladas al mismo tiempo,

$$x = \frac{3600 \times n}{665 \times t} \text{ millas.}$$

Siendo
- n la porcion soltada del cordel en toesas.
- t el número de segundos que dará la Ampolleta.
- x lo que la Embarcacion anda con la misma velocidad en una hora.

XIII.

Explicar qué son Cartas Planas, su construccion, y el modo de seguir una Derrota en ellas.

XIV.

Explicar qué son Cartas Esfericas, ó Reducidas; y hallar la fórmula

Latit. creciente $= 131,9283 \times$ L cot ($\frac{1}{2}$ comp. de la lat.),

que sirve para construir la Tabla de Partes-Meridionales, que se halla en la Navegacion del Excmo. Sr. D. Joseph Mazarredo, indispensable para la formacion de estas Cartas.

XV.

Siendo a el ángulo del rumbo; hallar la fórmula

Dif. en long. = tanga (L cot ($\frac{1}{2}$ comp. lat. llegada) — L cot ($\frac{1}{2}$ comp. lat salida)),

que suministra el modo de calcularla, ora sea por las Tablas de Partes-Meridionales, ora por las Cartas Esféricas, qualquiera que sea el rumbo; y deducir de ella la equacion de la Loxodromia en la superficie de la Esfera

$$l = - \text{tanga } L \frac{(1 - \text{sen } L)^{\frac{1}{2}}}{(1 + \text{sen } L)^{\frac{1}{2}}} + C$$

dada por el Sr. D. Joseph Mendoza en su Tratado de Navegacion.

XVI.

Manifestar el método mas preciso de cartear en las Cartas Esféricas; y aclararlo con algunos exemplos.

XVII.

Hallar las analogías fundamentales

R : cos lat. media = d : A

cos lat. media : sen. rumb. = D : d

cos lat. media : tang. rumb. = d′ : d,

que sirven para resolver los problemas de Navegacion por el cálculo, valiendose del paralelo medio

Representando
A el Apartamiento de Meridiano.
d la diferencia en longitud.
D la distancia navegada.
d′ la diferencia en latitud.

XVIII.

Resolver por medio de la proposicion antecedente qüestiones siguientes.

1.

Un Navio salió de latitud N 36° 30′, y de la longitud O 20°, y navegó por el 2° quadrante 280 millas, hasta que llegó á la latitud N 34° 00′; pidense el rumbo à que navegó, el Apartamiento de Meridiano, y la longitud llegada.

2.

2.

Un Navió salió de la latitud N 36° 30′, y de la longitud 20° 30′ O, y navegó por el ángulo de 30° en el quadrante 3° hasta que llegó à la latitud de 33°; pidense la distancia navegada, el Apartamiento de Meridiano, y la longitud llegada.

3.

Un Navio salió de la latitud N 36° 30′, y de la longitud 20° O, y navegó al Este 300 millas; pidese la longitud llegada.

4.

Un Navio salió de la latitid N 43° 30′, y navegó derecho al Norte 100 leguas; pidese su latitud llegada.

5.

Un Navio salió de la latitud N 75°, y de la longitud 10° O, y navegó por el ángulo de 46° quadrante 1°, distancia 300 millas; pidense su latitud y longitud llegadas, y el Apartamiento de Meridiano.

6.

Un Navio debe salir de la latitud N 36° 50′, y de la longitud 7° 20′ E, y quiere ir à la latitud de 50° 20′ N, y à la longitud 21° 30′ O; pidese el rumbo à que ha de gobernar, y la distancia que ha de andar.

XIX.

Manifestar que este método de la latitud-media es erroneo; y resolver las qüestiones antecedentes por el de las Partes-Meridionales, que es mas justificado.

XX.

Resolver con el mismo órden los Problemas de Navegacion, aunque consten de muchos cursos, indicando el método abreviado que siguen los Pilotos; y practicarlo en el exemplo siguiente.

Un

Un Navio salió de la latitud 47 ° 30′ S, y de la longitud 82 ° O, y navegó por el

Angulo de 43 ° 0′	... Quadrante 3 °	....	65 millas
30 ° 0′	....		50
57 °	....		48
28 °	....	2 °	65
16 °	....	3 °	70;

pidese su rumbo, y distancia directos, y su latitud, y longitud llegadas.

XXI.

Manifestar que este método de los Pilotos, bien que abreviado, está casi siempre muy lejos de ser verdadero; y hallar la cantidad del yerro, calculando por las Partes-Meridionales el exemplo siguiente

Un Navio salió de la latitud de 70 ° N, y navegó primeramente por el ángulo de 20 ° del quadrante 1 ° 50 leguas, y despues por el ángulo de 7 ° del mismo quadrante otras 50 leguas.

Otro Navio salió del mismo punto, y navegó primero por el ángulo de 70 ° del quadrante 1 ° 50 leguas, y despues por el de 20 ° del mismo quadrante otras 50 leguas.

Pidense sus diferencias en longitud, tanto por el método de los Pilotos, como resolviendo cada Curso de por sí.

XXII.

Hallar el valor de los errores que proceden del uso del paralelo medio

$$z - z' = \text{tanga} \times \frac{1}{12} q^3 \left(\frac{1 - \frac{1}{2} \cos^2 (m + \frac{1}{2} q)}{\cos^3 (m + \frac{1}{2} q)} \right)$$

haciendo ver que si l es la distancia andada en leguas, y q, el arco correspondiente en latitud; será

$$z - z' = \frac{27}{12} l^3 \times (0,00029)^3 \text{ sena } \cos^2 a. \times \ldots \left(\frac{1 - \frac{1}{2}\cos^2(m + \frac{1}{2}q)}{\cos^3(m + \frac{1}{2}q)} \right);$$

Si N expresa el número de minutos del arco $z - z'$,

$$N = \frac{9}{4} l^3 \times (0,00029)^2 \text{ sena } \cos^2 a. \times \ldots\ldots\ldots \left(\frac{1 - \frac{1}{2}\cos^2(m + \frac{1}{2}q)}{\cos^3(m + \frac{1}{2}q)} \right);$$

Si n representa el número de centenares de leguas de la distancia, y se hace $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \cos(m + \frac{1}{2}q) = \cos k$,

$$N = 0,1892\, n^3 \text{ sena } \cos^2 a \times \frac{\tan^2 k}{2\sqrt{2} \cos k};$$

y finalmente, quando sena $\cos^2 a$ está en su maxîmo,

$$N = \frac{0,0257\, n^3 \tan^2 k}{\cos k}$$

Siendo

m	la latitud salida
$m+q$	la llegada.
a	el ángulo del rumbo.
z	la diferencia en longitud.
z'	la diferencia en longitud, que dá el paralelo medio.

XXIII.

Manifestar por medio de la proposicion antecedente, que si se toma el paralelo medio en el Equador, en 45 °, en 60 °, &c. y la distancia andada no pasa de dos centenares de leguas, el error en longitud resultante del uso del paralelo medio nunca podrá ser mayor que 0′ 17″ en el Equador; 1′ 14″, en el paralelo de 45 °; 4′ 5″, en el paralelo de 60 °: y tambien que si la distancia supuesta fuese igual à la mitad de aquella, los errores serán 8 veces menores; y al contrario, 8 veces, 27 veces, &c. mayores, si la distancia fuese 2 veces, 3 veces, &c. mayor.

XXIV.

Deducir de la misma proposicion la fórmula

$$n^3 = \frac{38,91 \text{ N} \cos k}{\tan^2 k}$$

para averiguar qual debe ser la distancia andada, para que el error que el uso del paralelo medio produzca en la longitud no exceda de una cantidad determinada; haciendo ver que para que no exceda un minuto, es necesario que la distancia no pase de 302 leguas en la Equinoccial; 187 leguas, en el paralelo de 45 °; 125 leguas, en el paralelo de 60 °; 62 leguas, en el paralelo de 75 °; y 42 leguas, en el paralelo de 80 °.

XXV.

Corregir los errores que producen las corrientes, quando se conoce el rumbo, y distancia à que corren; haciendo ver la práctica en el exemplo siguiente.

Un Navio salió de la latitud Norte 40 ° 00′, y de la longitud 20 ° 00′ Este, y navegó por el quadrante 1 ° y ángulo de 27 °, 60 leguas; mientras en el mismo tiempo se sabe que una corriente que tira por

el

el mismo quadrante y ángulo de 70 °, anda 20 leguas; pidense su rumbo, y distancia directos, y su latitnd y longitud arribadas.

XXVI.

Corregir los errores que producen las corrientes, quando se conoce, ó solo el rumbo, ó sola la distancia à que corren, con la latitud observada; y hacer ver el procedimiento del Cálculo en el exemplo siguiente.

Un Navio salió de la latitud 60 ° Norte, y de la longitud 10 ° Este, y navegó un dia entero al NNO, distancia 60 leguas; otro dia al N, 66 leguas; el tercer dia 70, al NNE; el quarto 50, al ENE; y el quinto 55, al ESE, mientras se sabía que una corriente tiraba al NE. Despues de estos cinco dias se observó la latitud, y se halló 70 ° 57′; pidese la correccion tanto por el método de los Pilotos, como hallando la longitud para cada rumbo de por sí.

XXVII.

Corregir los errores que producen las corrientes, quando no se conoce cosa alguna; indicar las reglas de que usan los Pilotos para remediar este caso fuerte de la Navegacion, notando lo mas prudente que se debe seguir; y hacer ver la práctica en el exemplo siguiente.

Un Navio salió de la latitud N 35 °, y de la longitud 30 ° Oeste, y navegó una singladura de 60 leguas al NNO; otra de 60 al N; otra 70 al NNE; otra de 50 al ENE; y otra de 55 al ESE; despues de las quales se observó la latitud arribada 45 ° 57′ ¿pidese la correccion?

XXVIII.

Manifestar que deben abandonarse las reglas hasta ahora usadas por los Pilotos para remediar el caso de la proposicion antecedente; haciendo ver con el Excmo. Sr. D. Jorge Juan, los absurdos à que conducen.

XXIX.

Explicar el modo de comparar la Estima con la Recalada, y las correcciones que se hacen en aquella, quando se está en las cercanias de ésta.

XXX.

Considerándose en los métodos anteriores la Tierra como perfectamente esférica, no siendo sino un Elipsoide aplanado; hallar las fórmulas

Correccion de la latitud $= 28', 9$ sen lat. cos lat.

$$\text{Correccion de la longitud} = \frac{\sqrt{(a^2-b^2)}}{a} \times \left(\text{Longitud} \right.$$

$$\left. \text{Corresp. á la lat., cuyo seno u es igual á } \frac{k\sqrt{(a^2-b^2)}}{a} \right),$$

para despejar sus resultados de los errores que dimanan de aquella falsa suposicion.

Siendo

$\frac{1}{179}$ el Aplanamiento de la Tierra.

a el radio de la Equinoccial.

b el semiege de la Tierra.

k la latitud esferica.

XXXI.

Calcular por medio de la segunda fórmula de la proposicion antecedente la nueva Tabla de Partes Meridionales para el Elipsoide que se halla en las Observaciones Astronómicas del Excmo. Sr. D. Jorge Juan, y construyó este gran Geómetra por la que tomó del excelente Tratado sobre las Fluxîones del célebre Colin Mac-Laurin.

NA-

NAVEGACION ASTRONOMICA.

I.

Dar una idea de los Instrumentos que se usaban antiguamente, en particular del Quadrante de Davis; y explicar la construccion del Octante de reflexîon de Juan Hadley, que los hace en el dia despreciables.

II.

Manifestar los principios de Catóptrica en que está fundada la Teórica del Octante; y deducir que el arco de éste contado desde el principio de la graduacion hasta el lugar de la Alidada, es la mitad del ángulo formado por la direccion del obgeto al ojo del Observador hácia el otro término del arco que se quiere medir, y con que se hace coincidir la imagen del obgeto, no obstante ser dos las reflexîones de la luz, una del espejo grande al pequeño, y otra de éste al ojo del observador; satisfaciendo de paso al reparo de cómo un arco de 30°, por exemplo, puede medir un ángulo de 60°.

III.

Hallar la fórmula

$$D = \frac{ma}{n(n+1)},$$

para conocer la diferencia entre dos partes de dos cantidades iguales, que se dividen separadamente, una en un número n, y otra en un número n+1 de partes iguales.

Representando por

a la cantidad que se divide

m el número de veces que se repite cada una de dichas partes.

D la diferencia.

IV.

IV.

Aplicar la fórmula antecedente à la division del Verniér que contiene la Alidada del Octante; y explicar la disposicion en que se señalan las divisiones.

V.

Medir las alturas, y distancias de los Astros con el Octante de reflexîon.

VI.

Hallar las fórmulas

$$z = \frac{13}{14 \times 6660} \sqrt{2re}$$

$$d = \sqrt{2r \times \frac{7}{6} e},$$

para corregir las alturas de los Astros de la depresion del horizonte, y saber la distancia al último punto visible de la Mar.

Siendo

- d ésta
- z la depresion
- e la altura del Navio
- r el radio de la Tierra.

VII.

Hallar la fórmula

$$\text{sen}\,(Z - 6r) = 0,99835 \,\text{sen}\, Z,$$

para corregir las alturas de los Astros del efecto de la refraccion.

Siendo

- Z la distancia de un Astro al Zenith.
- r la refraccion.

VIII.

Hallar la fórmula

$$P = p \cos h,$$

para corregir las alturas de los Astros de la Paralaxe en altura.

Siendo

P	ésta.
p	la horizontal.
h	la altura de un Astro.

IX.

Hallar la fórmula

$$x = \frac{\text{Argum. de la paral. horiz.}}{\cos h \pm \cos h'},$$

para saber la paralaxe horizontal de un Astro por su Argumento observado en dos lugares de la Tierra.

Siendo

h, h′	las alturas meridianas del Astro observadas en el mismo instante en dichos lugares.
x	la paralaxe horizontal.
+	para quando el Astro esté entre las verticales de los dos lugares.
—	para quando el Astro esté al Sur ó Norte del Zenit de ambos lugares.

X.

Disertar sobre los Diámetros de los Astros.

XI.

Explicar el uso de las Tablas de Declinaciones, y Ascension recta del Sol.

XII.

Hallar la equacion de las alturas correspondientes

$$dE = \frac{\text{variac. de declin.}}{30}\left(\frac{\text{tang. lat.}}{\text{sen. áng. hor.}} \pm \frac{\text{tang. declin.}}{\text{tang. áng. hor.}}\right);$$

y calcular por ella las Tablas generales, que se hallan en la Coleccion para los Guardias-Marinas.

XIII.

Hallar la latitud por la altura meridiana de los Astros.

XIV.

Dadas dos alturas de Sol, el intervalo que divide los instantes en que se observaron, y la latitud de estima; hallar la fórmula del ángulo horario medio

$$\text{sen } M = \frac{\cos\left(\frac{A+a}{2}\right) \times \text{sen}\left(\frac{A-a}{2}\right)}{\text{sen } \frac{1}{2}\, t \cos l \cos d},$$

y la de la altura meridiana para calcular la latitud

$$\text{sen } B = \text{sen } A + 2\text{sen}^2 \tfrac{1}{2} \text{ áng. hor. menor} \times \cos d \cos l,$$

dadas por Mr. Douves; en las quales

Son

A	la mayor altura.
a	la menor.
t	el intervalo.
l	la latitud de estima.
d	la declinacion.
M	el ángulo horario medio.
B	la altura meridiana.

XV.

Deducir de la proposicion antecedente la fórmula

d

$$d\,l' = \frac{2\,d\,l\,\text{sen}\,l\,\cos d\,\text{sen}\,\tfrac{1}{2}H\,\text{sen}\,\tfrac{1}{2}h}{\text{sen}\,(l \pm d) \times \cos M},$$

para hallar el error resultante de la latitud calculada.

Siendo

H	el ángulo horario mayor.
h	el menor.
l'	el error.

XVI.

Hallar la fórmula

$$r^2\,h - rsx = cyu\,,$$

dada por Mr. Maupertuis para tener la latitud, en la qual

Representan

r	el radio.
x, y	el seno, y coseno de la declinacion de un Astro.
h, k	el seno, y coseno de su altura.
t, u	el seno, y coseno del ángulo horario.
s, c	el seno, y coseno de la altura de polo.

XVII.

Dar una idea del Problema de la Longitud en la Mar; y hacer este Cálculo, segun el método de Mr. Bordá, qualquiera que sea el número de Observadores.

XVIII.

Hallar la fórmula

Variacion de altura $= 15'$ cos Lat. cos Amplit.,

para hacer contemporaneas las Observaciones de los Astros para el Cálculo de la Longitud, hechas por un solo Observador.

XIX.

Hallar las fórmulas

$$\frac{S\ anm}{S\ nm} = \text{Rumbo directo}$$

$$\frac{S\ nm}{S\ n} = \text{millas andadas por hora.}$$

$$\frac{S\ nm}{P} = \text{millas, que se han de escribir en el Diario,}$$

para deducir el Rumbo, y Distancia directos en las Derrotas compuestas, suponiendo que lás distancias andadas formen ángulos pequeños entre sí, y que

Representen

a el ángulo de qualquier Rumbo.

n el numero de Ampolletas que se anduvo por qualquiera distancia.

m el número de millas que se anduvieron por hora.

P quatro Ampolletas, quando se toma la media Guardia, ú ocho, quando se toma entera.

XX.

Resolver por medio de las fórmulas antecedentes todos los casos, que trahe el Excmo. Sr. D. Jorge Juan en su Compendio de Navegacion, y los que se quieran proponer.

XXI.

Explicar el Método de llevar el Diario en la Navegacion.

CLASE DE DIBUXO

A CARGO DE

D. FRANCISCO DE LA TORRE.

Se pondrán al público los Dibuxos, tanto de Militar, como del Natural, trabajados en este año por los Sres. que siguen.

D. Manuel Trebijano.
D. Fernando Villanueva.
D. Francisco Carrillo.
D. Antonio Carrillo.
D. Salvador Arizon.
D. Pedro Osorio.
D. Mariano Sesma.
D. Pedro Carrillo.
D. Miguel Plowes.
D. Francisco Vazquez.
D. Joseph Montaldo.
D. Mariano Carrillo.
D. Augusto Lacosse.
D. Federico Lacosse.
D. Joseph Escalera.
D. Francisco Chacon.
D. Pedro Rosales.
D. Enrique Meyer.
D. Mariano Rapela.
D. Guillermo Aubarede.
D. Nicolás Ordoñez.
D. Manuel Ortega.

NOTA.

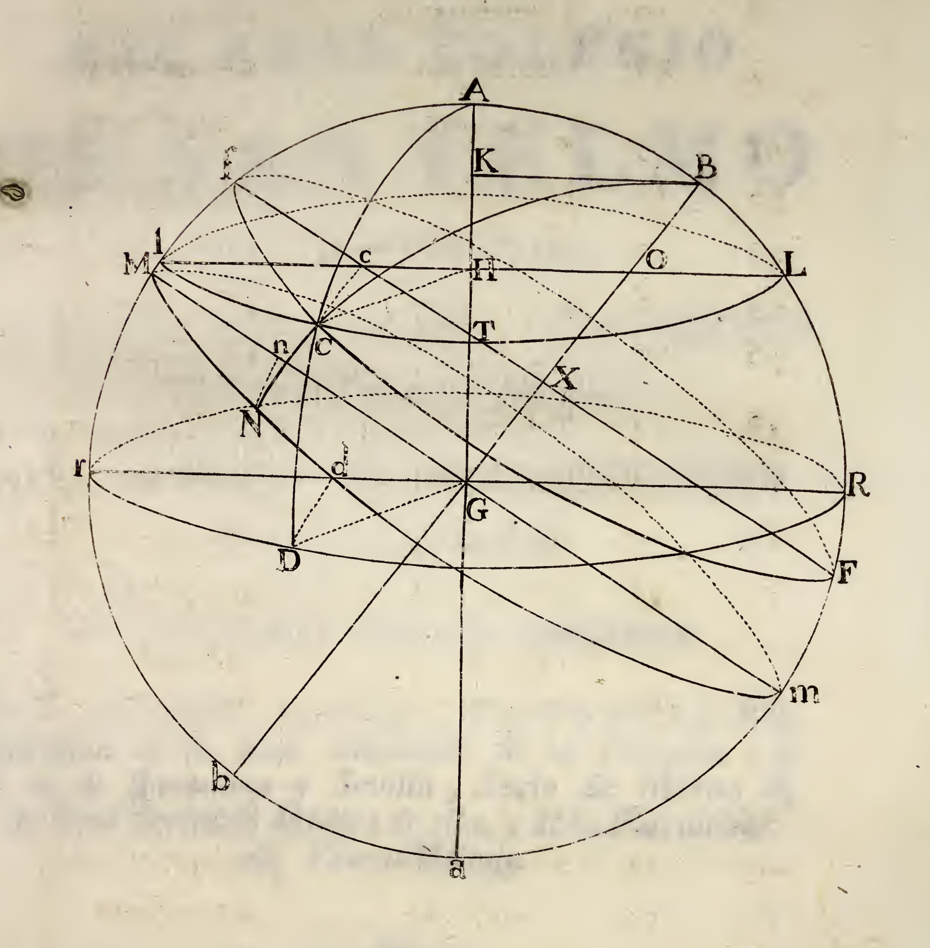
D. Fernando Villanueva disertará sobre Historia Natural, Esfera, y Geografia.

ERRATAS.

Pág.	*Lin.*	*Dice.*	*Lease.*
8	10	; consistiendo	. Consistiendo
9	26	dismularán	disimularán
47	9	$e^{2x\sqrt{-1}}$	$e^{2x\sqrt{-1}}+1$
50	15	cos AB cos AC	cos AB cos BC
53	2	$2r\sqrt{}\ldots sen(\frac{1}{2}s-c)$	$2r\sqrt{}(\ldots sen(\frac{1}{2}s-c))$
53	6	$\sqrt{}(\ldots(\frac{1}{2}s-c)$	$\sqrt{}(\ldots(\frac{1}{2}s-c))$
56	12	$aR+bc$	$aR\pm bc$
58	14	Trigonometría	por Trigonometría
64	5	por el lado	por el seno del lado
64	5	del lado	del seno del lado
75	18	$q=q+4a$	$q=p+4a$
79	12	$\frac{x^2-a}{x}$	$\frac{x^2-a^2}{x}$
95	5	x^{m+1}	$x^{m+1}dx$
95	13	$x+\sqrt{}(x^2a^2)$	$x+\sqrt{}(x^2-a^2)$
87	14	ascendicnte	ascendiente
100	15	XLI.	XIX.
101	6	P	p

NOTA.

A lo primero que se ofrece de Cosmografia debe añadirse el Tratado de la Tierra.


A
K
B
f
l
M
c
H
O
L
T
C
n
X
N
r
d
G
R
D
F
m
b
a

ERRATAS

[illegible]

NOTA

[illegible]